УДК 519.6

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ПОЛЯ СКОРОСТИ ВЕТРА В АТМОСФЕРЕ

[1,2*]***Мурадов Ф.А.***, [1,3]***Таштемирова Н.Н.***, [1]***Эшбоева Н.Ф.***, [1,2]***Гозиев Х.И.***

*farrux1981@umail.uz

[1]Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,
100125, Узбекистан, г. Ташкент, м-в Буз-2, д. 17А;
[2]Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада-ал-Хоразмий,
140100, Узбекистан, г. Самарканд, ул. Абу Али Ибн Сино, 2А;
[3]Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада-ал-Хоразмий,
100202, Узбекистан, г. Ташкент, ул. Амира Темура, 108.

Как известно распространение вредных веществ в атмосфере непосредственно зависит от скорости ветра. В данной статье рассматривается задача гидродинамики в виде нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных Навье-Стокса для определения скорости движения воздушных масс в атмосфере в трех направлениях u, v и w. Скорость ветра в каждой точке рассматриваемой области бывает различной. Поэтому в данной статье мы разработали алгоритм численного решения уравнений скорости движения воздушных масс атмосферы в трехмерном пространстве относительно временных и пространственных переменных, используя аппроксимацию высокого порядка и неявную разностную схему для обеспечения устойчивости вычислительного процесса.

Ключевые слова: математическая модель, скорость ветра, уравнения Навье-Стокса, конечно-разностный метод, аппроксимация решения, метод прогонки.

Цитирование: *Мурадов Ф.А., Таштемирова Н.Н., Эшбоева Н.Ф., Гозиев Х.И.* Численное моделирование трехмерного поля скорости ветра в атмосфере // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 1(55). – С. 48-61.

1 Введение

Загрязнение окружающей среды является одной из важнейших проблем в мире, поскольку прямо влияет на качество жизни. Например, загрязнение атмосферного воздуха в результате сжигания ископаемого топлива, а также промышленных выбросов различных газов и токсинов, становится причиной повышенной заболеваемости и смертности населения. Загрязнение атмосферы также вызывает и смежные проблемы, такие как глобальное потепление, загрязнение мирового океана и парниковый эффект.

Вопросы развития математических моделей гидродинамики, в частности, для исследований процессов переноса и диффузии выбросов вредных веществ в атмосфере уже многие годы и по сей день не теряют своей актуальности. являются одними из наиболее актуальных. Новые усовершенствованные модели способствуют открытию новых знаний в изучении экологических процессов, происходящих в окружающей среде, более точному расчету и прогнозированию экологических рисков вследствие интенсивного антропогенного воздействия. В этой связи, большой научный интерес вызывают проблемы моделирования процессов массопереноса в атмосфере на основе полных уравнений на основе полных или осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса.

Так в работах [1–8] представлены трехмерные математические модели гидродинамики, используемые для расчета векторных полей скорости и переменной плотности водной среды для описания гидродинамических и гидрофизических процессов. Аппроксимация уравнений расчета поля скорости пространственными переменными основана на схемах расщепления физических процессов с учетом сложных геометрий обтекания. Схемы расщепления используются как для одномерных, так и для двумерных задач, для аппроксимации моделей переноса взвешенных частиц. Используемые авторами методы и модели позволяют значительно повысить точность оценки взвешенных частиц.

Важнейшая проблема рассеивания вредных примесей в атмосфере промышленных предприятий с учетом точечных источников и фотохимических изменений рассматривается в работах [9–19]. Для описания переноса загрязнителей используются сопряженные уравнения, а граничные условия формулируются на основе глобальных моделей WRF и SILAM, адаптированных к уникальным характеристикам загрязняющих веществ. Для учета антропогенных источников тепла и неоднородности поверхности, модель включает дифференциальные схемы для пограничного слоя атмосферы, уравнения переноса и трансформации примесей. Авторами представлены результаты численного моделирования распространения и трансформации примесей под влиянием мезометеорологических процессов, топографии и водных ресурсов в пределах конкретного города.

В статье [20] исследуются математические вопросы построения разностных схем для уравнений пограничного слоя атмосферы. Нелинейные члены аппроксимируются таким образом, что при скалярном умножении интегральный член тождества исчезает. Это свойство разностной схемы представлено в виде леммы. В результате были получены основные априорные оценки для решения разностной задачи. Изучены свойства аппроксимации, и выводы о сходимости разностных решений.

Авторами работы [21] представлена стационарная численная модель адвективно-диффузионного процесса загрязнения атмосферы со стороны площадных источников. Предложенная модель учитывает профиль вихревой диффузии и реальную форму переменной скорости движения. Полученные результаты расчетов были сравнены с ранее опубликованными расчетами других исследователей и выявлено их близкое согласие.

В статьях [22–24] предложен новый подход к вычислению давления при решении полных уравнений Навье-Стокса в переменных «скорость - давление» на структурированных сетках. В основе метода лежит использование интегральных форм уравнения неразрывности и декомпозиции давления, исходя из которых формулируется вспомогательная задача. Решение вспомогательной задачи близко к решению полных уравнений Навье-Стокса, однако для его отыскания требуется выполнить гораздо меньший объем вычислений. В статье приводится описание вычислительного алгоритма, метода построения вспомогательной задачи и результатов решения тестовых и прикладных задач. Решение уравнений Навье-Стокса было получено без дополнительных граничных условий для давления.

Учитывая вышесказанное, целью данной работы является разработка математической модели, описываемой системой дифференциальных уравнений в частных производных на основе законов гидродинамики, в которой учитываются составляющие скорости ветра и соответствующие начальные и граничные условия. Для решения задачи использована неявная конечно-разностная схема, аппроксимирующая решение со вторым порядком точности по времени и пространственным переменным.

2 Постановка задачи

Для определения скорости движения воздушной массы атмосферы по трем направлениям u, v и w рассмотрим следующие уравнения гидродинамики Навье-Стокса [25]:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\varkappa\frac{\partial u}{\partial z}\right)-g_x; \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\varkappa\frac{\partial v}{\partial z}\right)-g_y; \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial w}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\varkappa\frac{\partial w}{\partial z}\right)-g_x; \quad (3)$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$u|_{t=0}=u^0; \quad v|_{t=0}=v^0; \quad w|_{t=0}=w^0; \quad (4)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=L_x}=0; \quad (5)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=L_y}=0; \quad (6)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=L_z}=0; \quad (7)$$

$$\left.\frac{\partial v}{\partial x}\right|_{x=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial v}{\partial x}\right|_{x=L_x}=0; \quad (8)$$

$$\left.\frac{\partial v}{\partial y}\right|_{y=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial v}{\partial y}\right|_{y=L_y}=0; \quad (9)$$

$$\left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=L_z}=0; \quad (10)$$

$$\left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_{x=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_{x=L_x}=0; \quad (11)$$

$$\left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_{y=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_{y=L_y}=0; \quad (12)$$

$$\left.\frac{\partial w}{\partial z}\right|_{z=0}=0; \qquad \left.\frac{\partial w}{\partial z}\right|_{z=L_z}=0. \quad (13)$$

Уравнение непрерывности имеет следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0, \quad (14)$$

где u, v, w – составляющие скорости ветра по координатным осям; ρ – плотность вредного вещества; μ, $\varkappa$ – коэффициенты диффузии и турбулентлентности соответственно; – давление воздуха; $g_{(x,y,z)}$ – проекция ускорения свободного падения на оси координат.

На основе закона сохранения массы, плотность вредного вещества рассеянного в атмосфере вычисляем следующим образом:

$$\frac{\rho}{P}\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{T}\frac{\partial T}{\partial t}.$$

3 Метод решения

Решаем уравнение (1), используя аппроксимацию высокого порядка относительно времени и пространственных переменных, применяя неявную конечно-разностную схему по направлению Ox [26, 27, 28]:

$$\begin{gathered}
\frac{1}{2}\frac{u_{i,j,k}^{n+1/3} - u_{i,j,k}^{n}}{\Delta t/3} + \frac{1}{2}\frac{u_{i+1,j,k}^{n+1/3} - u_{i+1,j,k}^{n}}{\Delta t/3} + \left(\frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3} - \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{4}\right)\frac{u_{i+1,j,k}^{n+1/3} - u_{i,j,k}^{n+1/3}}{\Delta x} + \\
+ \left(\frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n} - \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n}\right|}{4}\right)\frac{u_{i+1,j,k}^{n} - u_{i,j,k}^{n}}{\Delta x} + \left(\frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3} + \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{4}\right)\frac{u_{i,j,k}^{n+1/3} - u_{i-1,j,k}^{n+1/3}}{\Delta x} + \\
+ \left(\frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n} + \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n}\right|}{4}\right)\frac{u_{i,j,k}^{n} - u_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x} + \left(\frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n} - \left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n}\right|}{2}\right)\frac{u_{i,j+1,k}^{n} - u_{i,j,k}^{n}}{\Delta y} + \\
+ \left(\frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n} + \left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n}\right|}{2}\right)\frac{u_{i,j,k}^{n} - u_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y} + \left(\frac{\tilde{w}_{i,j,k}^{n} - \left|\tilde{w}_{i,j,k}^{n}\right|}{2}\right)\frac{u_{i,j,k+1}^{n} - u_{i,j,k}^{n}}{\Delta z} + \\
+ \left(\frac{\tilde{w}_{i,j,k}^{n} + \left|\tilde{w}_{i,j,k}^{n}\right|}{2}\right)\frac{u_{i,j,k}^{n} - u_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z} = \frac{1}{\rho_{i,j,k}^{n+1/3}}\frac{P_{i,j,k}^{n+1/3} - P_{i-1,j,k}^{n+1/3}}{\Delta x} + \\
+ \frac{1}{\Delta x^2}\left(\mu_{i+0,5,j}u_{i+1,j,k}^{n+1/3} - \left(\mu_{i+0,5,j} + \mu_{i-0,5,j}\right)u_{i,j,k}^{n+1/3} + \mu_{i-0,5,j}u_{i-1,j,k}^{n+1/3}\right) + \\
+ \frac{1}{\Delta y^2}\left(\mu_{i,j+0,5}u_{i,j+1,k}^{n} - \left(\mu_{i,j+0,5} + \mu_{i,j-0,5}\right)u_{i,j,k}^{n} + \mu_{i,j-0,5}u_{i,j-1,k}^{n}\right) + \\
+ \frac{1}{\Delta z^2}\left(\varkappa_{k+0,5}u_{i,j,k+1}^{n} - \left(\varkappa_{k+0,5} + \varkappa_{k-0,5}\right)u_{i,j,k}^{n} + \varkappa_{k-0,5}u_{i,j,k-1}^{n}\right) - \frac{1}{3}g_x.
\end{gathered}$$

Раскрыв скобки, упростив подобные члены получим следующее:

$$\begin{gathered}
\left(\frac{\mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3} + \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{4\Delta x}\right)u_{i-1,j,k}^{n+1/3} - \\
- \left(\frac{\mu_{i+0,5,j} + \mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2} + \frac{\left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{2\Delta x} + \frac{3}{2\Delta t}\right)u_{i,j,k}^{n+1/3} + \\
+ \left(\frac{\mu_{i+0,5,j}}{\Delta x^2} - \frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3} - \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{4\Delta x} - \frac{3}{2\Delta t}\right)u_{i+1,j,k}^{n+1/3} = -\left(\left(\frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n} + \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n}\right|}{4\Delta x}\right)u_{i-1,j,k}^{n} + \right.
\end{gathered}$$

$$+\left(\frac{3}{2\Delta t}-\frac{\mu_{i,j+0,5}+\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2}-\frac{\varkappa_{k+0,5}+\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}-\frac{\left|\tilde{u}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}-\frac{\left|\tilde{v}^n_{i,j,k}\right|}{\Delta y}-\frac{\left|\tilde{w}^n_{i,j,k}\right|}{\Delta z}\right)u^n_{i,j,k}+$$
$$+\left(\frac{3}{2\Delta t}-\frac{\tilde{u}^n_{i,j,k}-\left|\tilde{u}^n_{i,j,k}\right|}{4\Delta x}\right)u^n_{i+1,j,k}+\left(\frac{\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2}+\frac{\tilde{v}^n_{i,j,k}+\left|\tilde{v}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta y}\right)u^n_{i,j-1,k}+$$
$$+\left(\frac{\mu_{i,j+0,5}}{\Delta y^2}-\frac{\tilde{v}^n_{i,j,k}-\left|\tilde{v}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta y}\right)u^n_{i,j+1,k}+\left(\frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}+\frac{\tilde{w}^n_{i,j,k}+\left|\tilde{w}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right)u^n_{i,j,k-1}+$$
$$+\left(\frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2}-\frac{\tilde{w}^n_{i,j,k}-\left|\tilde{w}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right)u^n_{i,j,k+1}+\frac{1}{\rho^{n+1/3}_{i,j,k}}\frac{P^{n+1/3}_{i,j,k}-P^{n+1/3}_{i-1,j,k}}{\Delta x}-\frac{1}{3}g_x\right).$$

Введем следующие обозначения:

$$a_{u,i,j,k}=\frac{\mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2}+\frac{\tilde{u}^{n+1/3}_{i,j,k}+\left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta x};$$

$$b_{u,i,j,k}=\frac{\mu_{i+0,5,j}+\mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2}+\frac{\left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}+\frac{3}{2\Delta t};$$

$$c_{u,i,j,k}=\frac{\mu_{i+0,5,j}}{\Delta x^2}-\frac{\tilde{u}^{n+1/3}_{i,j,k}-\left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta x}-\frac{3}{2\Delta t};$$

$$d_{u,i,j,k}=\left(\frac{3}{2\Delta t}-\frac{\mu_{i,j+0,5}+\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2}-\frac{\varkappa_{k+0,5}+\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{\left|\tilde{u}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}-\frac{\left|\tilde{v}^n_{i,j,k}\right|}{\Delta y}-\frac{\left|\tilde{w}^n_{i,j,k}\right|}{\Delta z}\right)u^n_{i,j,k}+\left(\frac{\tilde{u}^n_{i,j,k}+\left|\tilde{u}^n_{i,j,k}\right|}{4\Delta x}\right)u^n_{i-1,j,k}+$$
$$+\left(\frac{3}{2\Delta t}-\frac{\tilde{u}^n_{i,j,k}-\left|\tilde{u}^n_{i,j,k}\right|}{4\Delta x}\right)u^n_{i+1,j,k}+\left(\frac{\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2}+\frac{\tilde{v}^n_{i,j,k}+\left|\tilde{v}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta y}\right)u^n_{i,j-1,k}+$$
$$+\left(\frac{\mu_{i,j+0,5}}{\Delta y^2}-\frac{\tilde{v}^n_{i,j,k}-\left|\tilde{v}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta y}\right)u^n_{i,j+1,k}+\left(\frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}+\frac{\tilde{w}^n_{i,j,k}+\left|\tilde{w}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right)u^n_{i,j,k-1}+$$
$$+\left(\frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2}-\frac{\tilde{w}^n_{i,j,k}-\left|\tilde{w}^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right)u^n_{i,j,k+1}+\frac{1}{\rho^{n+1/3}_{i,j,k}}\frac{P^{n+1/3}_{i,j,k}-P^{n+1/3}_{i-1,j,k}}{\Delta x}-\frac{1}{3}g_x.$$

В итоге получим систему линейных алгебраических уравнений:

$$a_{u,i,j,k}u^{n+1/3}_{i-1,j,k}-b_{u,i,j,k}u^{n+1/3}_{i,j,k}+c_{u,i,j,k}u^{n+1/3}_{i+1,j,k}=-d_{u,i,j,k}. \tag{15}$$

Также, граничное условие (5) при $x=0$ аппроксимируем с точностью второго порядка:

$$\frac{-3u^{n+1/3}_{0,j,k}+4u^{n+1/3}_{1,j,k}-u^{n+1/3}_{2,j,k}}{2\Delta x}=0.$$

Полученное выражение упростим, и придем к следующему:

$$3u^{n+1/3}_{0,j,k}-4u^{n+1/3}_{1,j,k}+u^{n+1/3}_{2,j,k}=0. \tag{16}$$

Из трёхдиагональной системы уравнений найдем $u^{n+1/3}_{2,j,k}$:

$$a_{u,1,j,k}u_{0,j,k}-b_{u,1,j,k}u_{1,j,k}+c_{u,1,j,k}u_{2,j,k}=-d_{u,1,j,k};$$

$$u_{2,\,j,\,k} = -\frac{a_{u,\,1,\,j,\,k}}{c_{u,\,1,\,j,\,k}} u_{0,\,j,\,k} + \frac{b_{u,\,1,\,j,\,k}}{c_{u,\,1,\,j,\,k}} u_{1,\,j,\,k} - \frac{d_{u,\,1,\,j,\,k}}{c_{u,\,1,\,j,\,k}}. \tag{17}$$

Подставив (17) вместо $u_{2,\,j,\,k}^{n+1/3}$ в (16), в итоге находим $u_{0,\,j,\,k}^{n+1/3}$ следующим образом:

$$u_{0,\,j,\,k}^{n+1/3} = \frac{4c_{u,\,1,\,j,\,k} - b_{u,\,1,\,j,\,k}}{3c_{u,\,1,\,j,\,k} - a_{u,\,1,\,j,\,k}} u_{1,\,j,\,k}^{n+1/3} + \frac{d_{u,\,1,\,j,\,k}}{3c_{u,\,1,\,j,\,k} - a_{u,\,1,\,j,\,k}}.$$

Далее находим прогоночные коэффициенты $\alpha_{\ u,0,j,k}$ и $\beta_{u,0,j,k}$ следующим образом:

$$\alpha_{u,\,0,\,j,\,k} = \frac{4c_{u,\,1,\,j,\,k} - b_{u,\,1,\,j,\,k}}{3c_{u,\,1,\,j,\,k} - a_{u,\,1,\,j,\,k}}; \qquad \beta_{u,\,0,\,j,\,k} = \frac{d_{u,\,1,\,j,\,k}}{3c_{u,\,1,\,j,\,k} - a_{u,\,1,\,j,\,k}}.$$

Затем граничное условие (5) при $x = L_x$ аппроксимируем со вторым порядком точности:

$$\frac{u_{N-2,\,j,\,k}^{n+1/3} - 4u_{N-1,\,j,\,k}^{n+1/3} + 3u_{N,\,j,\,k}^{n+1/3}}{2\Delta x} = 0;$$

$$u_{N-2,\,j,\,k}^{n+1/3} - 4u_{N-1,\,j,\,k}^{n+1/3} + 3u_{N,\,j,\,k}^{n+1/3} = 0. \tag{18}$$

Метод прогонки поочередно применим для $N, N-1$ и $N-2$ и найдем $u_{N-1,\,j,\,k}^{n+1/3}$ и $u_{N-2,\,j,\,k}^{n+1/3}$:

$$u_{N-1,\,j,\,k}^{n+1/3} = \alpha_{u,\,N-1,\,j,\,k} u_{N,\,j,\,k}^{n+1/3} + \beta_{u,\,N-1,\,j,\,k}; \tag{19}$$

$$\begin{gathered} u_{N-2,\,j,\,k}^{n+1/3} = \alpha_{u,\,N-2,\,j,\,k} u_{N-1,\,j,\,k}^{n+1/3} + \beta_{u,\,N-2,\,j,\,k} = \\ = \alpha_{u,\,N-2,\,j,\,k} \left(\alpha_{u,\,N-1,\,j,\,k} u_{N,\,j,\,k}^{n+1/3} + \beta_{u,\,N-1,\,j,\,k} \right) + \beta_{u,\,N-2,\,j,\,k} = \\ = \alpha_{u,\,N-2,\,j,\,k} \alpha_{u,\,N-1,\,j,\,k} u_{N,\,j,\,k}^{n+1/3} + \alpha_{u,\,N-2,\,j,\,k} \beta_{u,\,N-1,\,j,\,k} + \beta_{u,\,N-2,\,j,\,k}. \end{gathered} \tag{20}$$

Подставив $u_{N-1,\,j,\,k}^{n+1/3}$ и $u_{N-2,\,j,\,k}^{n+1/3}$ из (19) и (20) вместо $u_{N-1,\,j,\,k}^{n+1/3}$ и $u_{N-2,\,j,\,k}^{n+1/3}$ в (18), находим $u_{N,\,j,\,k}^{n+1/3}$:

$$u_{N,\,j,\,k}^{n+1/3} = -\frac{\beta_{u,\,N-2,\,j,\,k} + \alpha_{u,\,N-2,\,j,\,k} \beta_{u,\,N-1,\,j,\,k} - 4\beta_{u,\,N-1,\,j,\,k}}{\alpha_{u,\,N-2,\,j,\,k} \alpha_{u,\,N-1,\,j,\,k} - 4\alpha_{u,\,N-1,\,j,\,k} + 3}.$$

Последовательность значения концентраций $u_{N-1,\,j,\,k}^{n+1/3}$, $u_{N-2,\,j,\,k}^{n+1/3} \ldots u_{1,\,j,\,k}^{n+1/3}$находится с обратным ходом прогонки.

$$u_{i,\,j,\,k}^{n+1/3} = \alpha_{u,\,i,\,j,\,k} u_{i+1,\,j,\,k}^{n+1/3} + \beta_{u,\,i,\,j,\,k};\ i = \overline{N-1,\,0},\ j = \overline{1,\,M-1},\ k = \overline{1,\,L-1}.$$

Последовательность выше выполненных действий применим для составляющих скоростей v и w.

Для составляющей скорости v:

$$a_{v,\,i,\,j,\,k} v_{i-1,\,j,\,k}^{n+1/3} - b_{v,\,i,\,j,\,k} v_{i,\,j,\,k}^{n+1/3} + c_{v,\,i,\,j,\,k} v_{i+1,\,j,\,k}^{n+1/3} = -d_{v,\,i,\,j,\,k};$$

$$a_{v,\,i,\,j,\,k} = \frac{\mu_{i-0{,}5,\,j}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde{u}_{i,\,j,\,k}^{n+1/3} + \left| \tilde{u}_{i,\,j,\,k}^{n+1/3} \right|}{4\Delta x};$$

$$b_{v,\,i,\,j,\,k} = \frac{\mu_{i+0{,}5,\,j} + \mu_{i-0{,}5,\,j}}{\Delta x^2} + \frac{\left| \tilde{u}_{i,\,j,\,k}^{n+1/3} \right|}{2\Delta x} + \frac{3}{2\Delta t};$$

$$c_{v,\,i,\,j,\,k}=\frac{\mu_{i+0,5,\,j}}{\Delta x^2}-\frac{\tilde u^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}-\left|\tilde u^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta x}-\frac{3}{2\Delta t};$$

$$d_{v,\,i,\,j,\,k}=\left(\frac{3}{2\Delta t}-\frac{\mu_{i,\,j+0,5}+\mu_{i,\,j-0,5}}{\Delta y^2}-\frac{\varkappa_{k+0,5}+\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{\left|\tilde u^n_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta x}-\frac{\left|\tilde v^n_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta y}-\frac{\left|\tilde w^n_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta z}\right)v^n_{i,\,j,\,k}+\left(\frac{\tilde u^n_{i,\,j,\,k}+\left|\tilde u^n_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta x}\right)v^n_{i-1,\,j,\,k}+$$
$$+\left(\frac{3}{2\Delta t}-\frac{\tilde u^n_{i,\,j,\,k}-\left|\tilde u^n_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta x}\right)v^n_{i+1,\,j,\,k}+\left(\frac{\mu_{i,\,j-0,5}}{\Delta y^2}+\frac{\tilde v^n_{i,\,j,\,k}+\left|\tilde v^n_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta y}\right)v^n_{i,\,j-1,\,k}+$$
$$+\left(\frac{\mu_{i,\,j+0,5}}{\Delta y^2}-\frac{\tilde v^n_{i,j,k}-\left|\tilde v^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta y}\right)v^n_{i,j+1,k}+\left(\frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}+\frac{\tilde w^n_{i,j,k}+\left|\tilde w^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right)v^n_{i,j,k-1}+$$
$$+\left(\frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2}-\frac{\tilde w^n_{i,\,j,\,k}-\left|\tilde w^n_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta z}\right)v^n_{i,\,j,\,k+1}+\frac{1}{\rho^n_{i,\,j,\,k}}\frac{P^n_{i,\,j,\,k}-P^n_{i,\,j-1,\,k}}{\Delta y}-\frac{1}{3}g_y;$$

$$\alpha_{v,\,0,\,j,\,k}=\frac{4c_{v,\,1,\,j,\,k}-b_{v,\,1,\,j,\,k}}{3c_{v,\,1,\,j,\,k}-a_{v,\,1,\,j,\,k}};\qquad \beta_{v,\,0,\,j,\,k}=\frac{d_{v,\,1,\,j,\,k}}{3c_{v,\,1,\,j,\,k}-a_{v,\,1,\,j,\,k}};$$

$$v^{n+1/3}_{N,\,j,\,k}=-\frac{\beta_{v,\,N-2,\,j,\,k}+\alpha_{v,\,N-2,\,j,\,k}\beta_{v,\,N-1,\,j,\,k}-4\beta_{v,\,N-1,\,j,\,k}}{\alpha_{v,\,N-2,\,j,\,k}\alpha_{v,\,N-1,\,j,\,k}-4\alpha_{v,\,N-1,\,j,\,k}+3}.$$

Для составляющей скорости w:

$$a_{w,\,i,\,j,\,k}w^{n+1/3}_{i-1,\,j,\,k}-b_{w,\,i,\,j,\,k}w^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}+c_{w,\,i,\,j,\,k}w^{n+1/3}_{i+1,\,j,\,k}=-d_{w,\,i,\,j,\,k};$$

$$a_{w,\,i,\,j,\,k}=\frac{\mu_{i-0,5,\,j}}{\Delta x^2}+\frac{\tilde u^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}+\left|\tilde u^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta x};$$

$$b_{w,\,i,\,j,\,k}=\frac{\mu_{i+0,5,\,j}+\mu_{i-0,5,\,j}}{\Delta x^2}+\frac{\left|\tilde u^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta x}+\frac{3}{2\Delta t};$$

$$c_{w,\,i,\,j,\,k}=\frac{\mu_{i+0,5,\,j}}{\Delta x^2}-\frac{\tilde u^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}-\left|\tilde u^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta x}-\frac{3}{2\Delta t};$$

$$d_{w,\,i,\,j,\,k}=\left(\frac{3}{2\Delta t}-\frac{\mu_{i,\,j+0,5}+\mu_{i,\,j-0,5}}{\Delta y^2}-\frac{\varkappa_{k+0,5}+\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{\left|\tilde u^n_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta x}-\frac{\left|\tilde v^n_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta y}-\frac{\left|\tilde w^n_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta z}\right)w^n_{i,\,j,\,k}+\left(\frac{\tilde u^n_{i,\,j,\,k}+\left|\tilde u^n_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta x}\right)w^n_{i-1,\,j,\,k}+$$
$$+\left(\frac{3}{2\Delta t}-\frac{\tilde u^n_{i,\,j,\,k}-\left|\tilde u^n_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta x}\right)w^n_{i+1,\,j,\,k}+\left(\frac{\mu_{i,\,j-0,5}}{\Delta y^2}+\frac{\tilde v^n_{i,\,j,\,k}+\left|\tilde v^n_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta y}\right)w^n_{i,\,j-1,\,k}+$$
$$+\left(\frac{\mu_{i,\,j+0,5}}{\Delta y^2}-\frac{\tilde v^n_{i,\,j,\,k}-\left|\tilde v^n_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta y}\right)w^n_{i,\,j+1,\,k}+\left(\frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2}+\frac{\tilde w^n_{i,j,k}+\left|\tilde w^n_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right)w^n_{i,j,k-1}+$$
$$+\left(\frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2}-\frac{\tilde w^n_{i,\,j,\,k}-\left|\tilde w^n_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta z}\right)w^n_{i,\,j,\,k+1}+\frac{1}{\rho^n_{i,\,j,\,k}}\frac{P^n_{i,\,j,\,k}-P^n_{i,\,j,\,k-1}}{\Delta z}-\frac{1}{3}g_z;$$

$$\alpha_{w,\,0,\,j,\,k}=\frac{4c_{w,\,1,\,j,\,k}-b_{w,\,1,\,j,\,k}}{3c_{w,\,1,\,j,\,k}-a_{w,\,1,\,j,\,k}};\qquad \beta_{w,\,0,\,j,\,k}=\frac{d_{w,\,1,\,j,\,k}}{3c_{w,\,1,\,j,\,k}-a_{w,\,1,\,j,\,k}};$$

$$w_{N,j,k}^{n+1/3} = -\frac{\beta_{w,N-2,j,k} + \alpha_{w,N-2,j,k}\beta_{w,N-1,j,k} - 4\beta_{w,N-1,j,k}}{\alpha_{w,N-2,j,k}\alpha_{w,N-1,j,k} - 4\alpha_{w,N-1,j,k} + 3}.$$

Для составляющей скорости u по направлению Oy:

$$\bar{a}_{u,i,j,k} u_{i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{u,i,j,k} u_{i,j,k}^{n+2/3} + \bar{c}_{u,i,j,k} u_{i,j+1,k}^{n+2/3} = -\bar{d}_{u,i,j,k};$$

$$\bar{a}_{u,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2} + \frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3} + \left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3}\right|}{4\Delta y};$$

$$\bar{b}_{u,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j+0,5} + \mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2} + \frac{\left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3}\right|}{2\Delta y} + \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{c}_{u,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j+0,5}}{\Delta y^2} - \frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3} - \left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3}\right|}{4\Delta y} - \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{d}_{u,i,j,k} = \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\mu_{i+0,5,j} + \mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2} - \frac{\varkappa_{k+0,5} + \varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{\left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{\Delta x} - \frac{\left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{2\Delta y} - \frac{\left|\tilde{w}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{\Delta z}\right) u_{i,j,k}^{n+1/3} + \left(\frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n+1/3} + \left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{4\Delta y}\right) u_{i,j-1,k}^{n+1/3} +$$
$$+ \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n+1/3} - \left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{4\Delta y}\right) u_{i,j+1,k}^{n+1/3} + \left(\frac{\mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3} + \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{2\Delta x}\right) u_{i-1,j,k}^{n+1/3} +$$
$$+ \left(\frac{\mu_{i+0,5,j}}{\Delta x^2} - \frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3} - \left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{2\Delta x}\right) u_{i+1,j,k}^{n+1/3} + \left(\frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} + \frac{\tilde{w}_{i,j,k}^{n+1/3} + \left|\tilde{w}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{2\Delta z}\right) u_{i,j,k-1}^{n+1/3} +$$
$$+ \left(\frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} - \frac{\tilde{w}_{i,j,k}^{n+1/3} - \left|\tilde{w}_{i,j,k}^{n+1/3}\right|}{2\Delta z}\right) u_{i,j,k+1}^{n+1/3} + \frac{1}{\rho_{i,j,k}^{n+1/3}} \frac{P_{i,j,k}^{n+1/3} - P_{i-1,j,k}^{n+1/3}}{\Delta x} - \frac{1}{3} g_x;$$

$$\bar{\alpha}_{u,i,0,k} = \frac{4\bar{c}_{u,i,1,k} - \bar{b}_{u,i,1,k}}{3\bar{c}_{u,i,1,k} - \bar{a}_{u,i,1,k}}; \qquad \bar{\beta}_{u,i,0,k} = \frac{\bar{d}_{u,i,1,k}}{3\bar{c}_{u,i,1,k} - \bar{a}_{u,i,1,k}};$$

$$u_{i,M,k}^{n+2/3} = -\frac{\bar{\beta}_{u,i,M-2,k} + \bar{\alpha}_{u,i,M-2,k}\bar{\beta}_{u,i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{u,i,M-1,k}}{\bar{\alpha}_{u,i,M-2,k}\bar{\alpha}_{u,i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{u,i,M-1,k} + 3}.$$

Для составляющей скорости v по направлению Oy:

$$\bar{a}_{v,i,j,k} v_{i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{v,i,j,k} v_{i,j,k}^{n+2/3} + \bar{c}_{v,i,j,k} v_{i,j+1,k}^{n+2/3} = -\bar{d}_{v,i,j,k};$$

$$\bar{a}_{v,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2} + \frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3} + \left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3}\right|}{4\Delta y};$$

$$\bar{b}_{v,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j+0,5} + \mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2} + \frac{\left|\tilde{u}_{i,j,k}^{n+2/3}\right|}{2\Delta y} + \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{c}_{v,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j+0,5}}{\Delta y^2} - \frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3} - \left|\tilde{v}_{i,j,k}^{n+2/3}\right|}{4\Delta y} - \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar d_{v,i,j,k} = \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\mu_{i+0,5,j}+\mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2} - \frac{\varkappa_{k+0,5}+\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\left|\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{\Delta x} - \frac{\left|\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta y} - \frac{\left|\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{\Delta z}\right) v^{n+1/3}_{i,j,k} + \left(\frac{\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta y}\right) v^{n+1/3}_{i,j-1,k} +$$

$$+ \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k} - \left|\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta y}\right) v^{n+1/3}_{i,j+1,k} + \left(\frac{\mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}\right) v^{n+1/3}_{i-1,j,k} +$$

$$+ \left(\frac{\mu_{i+0,5,j}}{\Delta x^2} - \frac{\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k} - \left|\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}\right) v^{n+1/3}_{i+1,j,k} + \left(\frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} + \frac{\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right) v^{n+1/3}_{i,j,k-1} +$$

$$+ \left(\frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} - \frac{\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k} - \left|\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right) v^{n+1/3}_{i,j,k+1} + \frac{1}{\rho^{n+2/3}_{i,j,k}} \frac{P^{n+2/3}_{i,j,k} - P^{n+2/3}_{i,j-1,k}}{\Delta y} - \frac{1}{3} g_y;$$

$$\bar\alpha_{v,i,0,k} = \frac{4\bar c_{v,i,1,k} - \bar b_{v,i,1,k}}{3\bar c_{v,i,1,k} - \bar a_{v,i,1,k}}; \qquad \bar\beta_{v,i,0,k} = \frac{\bar d_{v,i,1,k}}{3\bar c_{v,i,1,k} - \bar a_{v,i,1,k}};$$

$$v^{n+2/3}_{i,M,k} = -\frac{\bar\beta_{v,i,M-2,k} + \bar\alpha_{v,i,M-2,k}\bar\beta_{v,i,M-1,k} - 4\bar\beta_{v,i,M-1,k}}{\bar\alpha_{v,i,M-2,k}\bar\alpha_{v,i,M-1,k} - 4\bar\alpha_{v,i,M-1,k} + 3}.$$

Для составляющей скорости w по направлению Oy:

$$\bar a_{w,i,j,k} w^{n+2/3}_{i,j-1,k} - \bar b_{w,i,j,k} w^{n+2/3}_{i,j,k} + \bar c_{w,i,j,k} w^{n+2/3}_{i,j+1,k} = -\bar d_{w,i,j,k};$$

$$\bar a_{w,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2} + \frac{\tilde v^{n+2/3}_{i,j,k} + \left|\tilde v^{n+2/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta y};$$

$$\bar b_{w,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j+0,5} + \mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2} + \frac{\left|\tilde u^{n+2/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta y} + \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar c_{w,i,j,k} = \frac{\mu_{i,j+0,5}}{\Delta y^2} - \frac{\tilde v^{n+2/3}_{i,j,k} - \left|\tilde v^{n+2/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta y} - \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar d_{w,i,j,k} = \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\mu_{i+0,5,j}+\mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2} - \frac{\varkappa_{k+0,5}+\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\left|\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{\Delta x} - \frac{\left|\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta y} - \frac{\left|\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{\Delta z}\right) w^{n+1/3}_{i,j,k} + \left(\frac{\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta y}\right) w^{n+1/3}_{i,j-1,k} +$$

$$+ \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k} - \left|\tilde v^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta y}\right) w^{n+1/3}_{i,j+1,k} + \left(\frac{\mu_{i-0,5,j}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}\right) w^{n+1/3}_{i-1,j,k} +$$

$$+ \left(\frac{\mu_{i+0,5,j}}{\Delta x^2} - \frac{\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k} - \left|\tilde u^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}\right) w^{n+1/3}_{i+1,j,k} + \left(\frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} + \frac{\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right) w^{n+1/3}_{i,j,k-1} +$$

$$+ \left(\frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} - \frac{\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k} - \left|\tilde w^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right) w^{n+1/3}_{i,j,k+1} + \frac{1}{\rho^{n+1/3}_{i,j,k}} \frac{P^{n+1/3}_{i,j,k} - P^{n+1/3}_{i,j,k-1}}{\Delta z} - \frac{1}{3} g_z;$$

$$\bar{\alpha}_{w,\,i,\,0,\,k} = \frac{4\bar{c}_{w,\,i,\,1,\,k} - \bar{b}_{w,\,i,\,1,\,k}}{3\bar{c}_{w,\,i,\,1,\,k} - \bar{a}_{w,\,i,\,1,\,k}}; \qquad \bar{\beta}_{w,\,i,\,0,\,k} = \frac{\bar{d}_{w,\,i,\,1,\,k}}{3\bar{c}_{w,\,i,\,1,\,k} - \bar{a}_{w,\,i,\,1,\,k}};$$

$$w^{n+2/3}_{i,\,M,\,k} = -\frac{\bar{\beta}_{w,\,i,\,M-2,\,k} + \bar{\alpha}_{w,\,i,\,M-2,\,k}\bar{\beta}_{w,\,i,\,M-1,\,k} - 4\bar{\beta}_{w,\,i,\,M-1,\,k}}{\bar{\alpha}_{w,\,i,\,M-2,\,k}\bar{\alpha}_{w,\,i,\,M-1,\,k} - 4\bar{\alpha}_{w,\,i,\,M-1,\,k} + 3}.$$

Для составляющей скорости u по направлению Oz:

$$\bar{\bar{a}}_{u,\,i,\,j,\,k} u^{n+1}_{i,\,j,\,k-1} - \bar{\bar{b}}_{u,\,i,\,j,\,k} u^{n+1}_{i,\,j,\,k} + \bar{\bar{c}}_{u,\,i,\,j,\,k} u^{n+1}_{i,\,j,\,k+1} = -\bar{\bar{d}}_{u,\,i,\,j,\,k};$$

$$\bar{\bar{a}}_{u,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k-0{,}5}}{\Delta z^2} + \frac{\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k} + \left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z};$$

$$\bar{\bar{b}}_{u,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k+0{,}5} + \varkappa_{k-0{,}5}}{\Delta z^2} + \frac{\left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta z} + \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{\bar{c}}_{u,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k+0{,}5}}{\Delta z^2} - \frac{\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z} - \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{\bar{d}}_{u,\,i,\,j,\,k} = \Bigg(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\mu_{i+0{,}5,\,j} + \mu_{i-0{,}5,\,j}}{\Delta x^2} - \frac{\mu_{i,\,j+0{,}5} + \mu_{i,\,j-0{,}5}}{\Delta y^2} -$$
$$- \frac{\left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta x} - \frac{\left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta y} - \frac{\left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta z}\Bigg) u^{n+2/3}_{i,\,j,\,k} + \left(\frac{\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} + \left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z}\right) u^{n+2/3}_{i,\,j,\,k-1} +$$
$$+ \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z}\right) u^{n+2/3}_{i,\,j,\,k+1} + \left(\frac{\mu_{i-0{,}5,\,j}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} + \left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta x}\right) u^{n+2/3}_{i-1,\,j,\,k} +$$
$$+ \left(\frac{\mu_{i+0{,}5,\,j}}{\Delta x^2} - \frac{\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}\right) u^{n+2/3}_{i+1,j,k} + \left(\frac{\mu_{i,j-0{,}5}}{\Delta y^2} + \frac{\tilde{v}^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta y}\right) u^{n+2/3}_{i,j-1,k} +$$
$$+ \left(\frac{\mu_{i,\,j+0{,}5}}{\Delta y^2} - \frac{\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta y}\right) u^{n+2/3}_{i,\,j+1,\,k} + \frac{1}{\rho^{n+2/3}_{i,\,j,\,k}} \frac{P^{n+2/3}_{i,\,j,\,k} - P^{n+2/3}_{i-1,\,j,\,k}}{\Delta x} - \frac{1}{3} g_x;$$

$$\bar{\bar{\alpha}}_{u,\,i,\,j,\,0} = \frac{4\bar{\bar{c}}_{u,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{b}}_{u,\,i,\,j,\,1}}{3\bar{\bar{c}}_{u,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{a}}_{u,\,i,\,j,\,1}}; \qquad \bar{\bar{\beta}}_{u,\,i,\,j,\,0} = \frac{\bar{\bar{d}}_{u,\,i,\,j,\,1}}{3\bar{\bar{c}}_{u,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{a}}_{u,\,i,\,j,\,1}};$$

$$u^{n+1}_{i,\,j,\,L} = \frac{4\bar{\beta}_{u,\,i,\,j,\,L-1} - \bar{\beta}_{u,\,i,\,j,\,L-2} - \bar{\alpha}_{u,\,i,\,j,\,L-2}\bar{\beta}_{u,\,i,\,j,\,L-1}}{\bar{\alpha}_{u,\,i,\,j,\,L-2}\bar{\alpha}_{u,\,i,\,j,\,L-1} - 4\bar{\alpha}_{u,\,i,\,j,\,L-1} + 3}.$$

Для составляющей скорости v по направлению Oz:

$$\bar{\bar{a}}_{v,\,i,\,j,\,k} v^{n+1}_{i,\,j,\,k-1} - \bar{\bar{b}}_{v,\,i,\,j,\,k} v^{n+1}_{i,\,j,\,k} + \bar{\bar{c}}_{v,\,i,\,j,\,k} v^{n+1}_{i,\,j,\,k+1} = -\bar{\bar{d}}_{v,\,i,\,j,\,k};$$

$$\bar{\bar{a}}_{v,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k-0{,}5}}{\Delta z^2} + \frac{\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k} + \left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z};$$

$$\bar{\bar{b}}_{v,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k+0{,}5} + \varkappa_{k-0{,}5}}{\Delta z^2} + \frac{\left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta z} + \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{\bar{c}}_{v,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k+0{,}5}}{\Delta z^2} - \frac{\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z} - \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{\bar{d}}_{v,\,i,\,j,\,k} = \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\mu_{i+0,5,\,j} + \mu_{i-0,5,\,j}}{\Delta x^2} - \frac{\mu_{i,\,j+0,5} + \mu_{i,\,j-0,5}}{\Delta y^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta x} - \frac{\left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta y} - \frac{\left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta z}\right) v^{n+2/3}_{i,\,j,\,k} + \left(\frac{\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} + \left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z}\right) v^{n+2/3}_{i,\,j,\,k-1} +$$

$$+ \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z}\right) v^{n+2/3}_{i,\,j,\,k+1} + \left(\frac{\mu_{i-0,5,\,j}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} + \left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta x}\right) v^{n+2/3}_{i-1,\,j,\,k} +$$

$$+ \left(\frac{\mu_{i+0,5,\,j}}{\Delta x^2} - \frac{\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}\right) v^{n+2/3}_{i+1,j,k} + \left(\frac{\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2} + \frac{\tilde{v}^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta y}\right) v^{n+2/3}_{i,j-1,\,k} +$$

$$+ \left(\frac{\mu_{i,\,j+0,5}}{\Delta y^2} - \frac{\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta y}\right) v^{n+2/3}_{i,\,j+1,\,k} + \frac{1}{\rho^{n+2/3}_{i,\,j,\,k}} \frac{P^{n+2/3}_{i,\,j,\,k} - P^{n+2/3}_{i,\,j-1,\,k}}{\Delta y} - \frac{1}{3} g_y;$$

$$\bar{\bar{\alpha}}_{v,\,i,\,j,\,0} = \frac{4\bar{\bar{c}}_{v,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{b}}_{v,\,i,\,j,\,1}}{3\bar{\bar{c}}_{v,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{a}}_{v,\,i,\,j,\,1}}; \qquad \bar{\bar{\beta}}_{v,\,i,\,j,\,0} = \frac{\bar{\bar{d}}_{v,\,i,\,j,\,1}}{3\bar{\bar{c}}_{v,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{a}}_{v,\,i,\,j,\,1}};$$

$$v^{n+1}_{i,\,j,\,L} = \frac{4\bar{\beta}_{v,\,i,\,M-1,\,k} - \bar{\beta}_{v,\,i,\,M-2,\,k} - \bar{\alpha}_{v,\,i,\,M-2,\,k}\bar{\beta}_{v,\,i,\,M-1,\,k}}{\bar{\alpha}_{v,\,i,\,M-2,\,k}\bar{\alpha}_{v,\,i,\,M-1,\,k} - 4\bar{\alpha}_{v,\,i,\,M-1,\,k} + 3}.$$

Для составляющей скорости w по направлению Oz:

$$\bar{\bar{a}}_{w,\,i,\,j,\,k} w^{n+1}_{i,\,j,\,k-1} - \bar{\bar{b}}_{w,\,i,\,j,\,k} w^{n+1}_{i,\,j,\,k} + \bar{\bar{c}}_{w,\,i,\,j,\,k} w^{n+1}_{i,\,j,\,k+1} = -\bar{\bar{d}}_{w,\,i,\,j,\,k};$$

$$\bar{\bar{a}}_{w,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} + \frac{\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k} + \left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z};$$

$$\bar{\bar{b}}_{w,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k+0,5} + \varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} + \frac{\left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta z} + \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{\bar{c}}_{w,\,i,\,j,\,k} = \frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} - \frac{\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{w}^{n+1}_{i,\,j,\,k}\right|}{4\Delta z} - \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\bar{\bar{d}}_{w,\,i,\,j,\,k} = \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\mu_{i+0,5,\,j} + \mu_{i-0,5,\,j}}{\Delta x^2} - \frac{\mu_{i,\,j+0,5} + \mu_{i,\,j-0,5}}{\Delta y^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta x} - \frac{\left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{\Delta y} - \frac{\left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta z}\right) w^{n+2/3}_{i,j,k} + \left(\frac{\tilde{w}^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta z}\right) w^{n+2/3}_{i,j,k-1} +$$

$$+ \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{\tilde{w}^{n+1/3}_{i,j,k} - \left|\tilde{w}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{4\Delta z}\right) w^{n+2/3}_{i,\,j,\,k+1} + \left(\frac{\mu_{i-0,5,\,j}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} + \left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta x}\right) w^{n+2/3}_{i-1,\,j,\,k} +$$

$$+ \left(\frac{\mu_{i+0,5,\,j}}{\Delta x^2} - \frac{\tilde{u}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{u}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta x}\right) w^{n+2/3}_{i+1,j,k} + \left(\frac{\mu_{i,j-0,5}}{\Delta y^2} + \frac{\tilde{v}^{n+1/3}_{i,j,k} + \left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,j,k}\right|}{2\Delta y}\right) w^{n+2/3}_{i,j-1,k} +$$

$$+ \left(\frac{\mu_{i,\,j+0,5}}{\Delta y^2} - \frac{\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k} - \left|\tilde{v}^{n+1/3}_{i,\,j,\,k}\right|}{2\Delta y}\right) w^{n+2/3}_{i,\,j+1,\,k} + \frac{1}{\rho^{n+1}_{i,\,j,\,k}} \frac{P^{n+1}_{i,\,j,\,k} - P^{n+1}_{i,\,j,\,k-1}}{\Delta y} - \frac{1}{3} g_z;$$

$$\bar{\bar{\alpha}}_{w,\,i,\,j,\,0} = \frac{4\bar{\bar{c}}_{w,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{b}}_{w,\,i,\,j,\,1}}{3\bar{\bar{c}}_{w,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{a}}_{w,\,i,\,j,\,1}}; \qquad \bar{\bar{\beta}}_{w,\,i,\,j,\,0} = \frac{\bar{\bar{d}}_{w,\,i,\,j,\,1}}{3\bar{\bar{c}}_{w,\,i,\,j,\,1} - \bar{\bar{a}}_{w,\,i,\,j,\,1}};$$

$$w^{n+1}_{i,\,j,\,L} = \frac{4\bar{\beta}_{w,\,i,\,M-1,\,k} - \bar{\beta}_{w,\,i,\,M-2,\,k} - \bar{\alpha}_{w,\,i,\,M-2,\,k}\bar{\beta}_{w,\,i,\,M-1,\,k}}{\bar{\alpha}_{v,\,i,\,M-2,\,k}\bar{\alpha}_{v,\,i,\,M-1,\,k} - 4\bar{\alpha}_{v,\,i,\,M-1,\,k} + 3}.$$

4 Заключение

В качестве заключения можно отметить следующее. Для разработки модели использованы уравнения гидродинамики в виде нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих скорость движения воздушной массы в атмосфере по трем направлениям. Для численного решения задачи использована конечно-разностная неявная схема, аппроксимирующая решение со вторым порядком точности по времени и пространственным переменным. В результате использования этого метода выполняется условие абсолютной устойчивости, а точность решения увеличивается на квадрат. Также, в предложенной модели учитываются такие параметры как: коэффициенты молекулярной и турбулентной диффузии, плотность загрязняющего вещества, атмосферное давление.

Литература

[1] *Sukhinov A. et al.* Mathematical Model of Suspended Particles Transport in the Estuary Area, Taking into Account the Aquatic Environment Movement // Mathematics. – 2022. – Vol. 10. – doi: `http://dx.doi.org/10.3390/math10162866`.

[2] *Tichonov A.N., Samarskii A.A.* Equations of Mathematical Physics. – New York: Pergamon Press, 1963.

[3] *Samarskii A.A., Vabishchevich P.N.* Numerical Methods for Solving Convection-Diffusion Problems // Mathematical Models and Editorial URSS. – Moscow, 2009.

[4] *Sukhinov A.I. et al.* Predictive modeling of coastal hydrophysical processes in multiple-processor systems based on explicit schemes // Math. Model. Comput. Simul. – 2018. – Vol. 10. – P. 648–658.

[5] *Zhukov V.T. et al.* Explicit-iterative scheme for the time integration of a system of Navier–Stokes equations // Math. Models Comput. Simul. – 2020. – Vol. 12. – P. 958–968.

[6] *Belotserkovsky O.M., Gushchin V.A., Shchennikov V.V.* Application of the splitting method to solving problems of the dynamics of a viscous incompressible fluid // Comput. Math. Math. Phys. – 1975. – Vol. 15. – P. 197-207.

[7] *Sukhinov A.I. et al.* Accounting method of filling cells for the solution of hydrodynamics problems with a complex geometry of the computational domain // Math. Models Comput. Simul. – 2020. – Vol. 12. – P. 232-245.

[8] *Sukhinov A.I. et al.* Study of the accuracy and applicability of the difference scheme for solving the diffusion-convection problem at large grid Pйclet numbers // Comput. Contin. Mech. – 2021. – Vol. 13. – P. 437-448.

[9] *Temirbekov N. et al.* Mathematical and computer modeling of atmospheric air pollutants transformation with input data refinement // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. – 2023. – Vol. 32, No. 3. – P. 1405-1416. – doi: `http://dx.doi.org/10.11591/ijeecs.v32.i3`.

[10] *Danaev N.T., Temirbekov A.N., Malgazhdarov E.A.* Modeling of pollutants in the atmosphere based on photochemical reactions // Eurasian Chemico-Technological Journal. – 2014. – Vol. 16, No. 1. – P. 61-71. – doi: `http://dx.doi.org/10.18321/ectj170`.

[11] *Marchuk G.I.* Mathematical modeling in the problem of the environment. – North Holland, 1982.

[12] *Penenko V.V., Tsvetova E.A., Penenko A.V.* Variational approach and Euler's integrating factors for environmental studies // Computers and Mathematics with Applications. – 2014. – Vol. 67, No. 12. – P. 2240–2256. – doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.camwa.2014.04.004.

[13] *Penenko A.V., Penenko V.V., Tsvetova E.A.* Sequential data assimilation algorithms in air quality monitoring models based on weak-constraint variational principle // Numerical Analysis and Applicationsи. – 2016. – Vol. 9, No. 4. – P. 312-325. – doi: http://dx.doi.org/10.15372/sjnm20160405.

[14] *Vladimirovich P.A. et al.* Numerical study of a direct variational data assimilation algorithm in Almaty city conditions // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. – 2019. – Vol. 7, No. 1. – P. 53-64. – doi: http://dx.doi.org/10.32523/2306-6172-2019-7-1-53-64.

[15] *Penenko V.V. et al.* Methods for studying the sensitivity of air quality models and inverse problems of geophysical hydrothermodynamics // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2019. – Vol. 60, No. 2. – P. 392-399. – doi: http://dx.doi.org/10.1134/S0021894419020202.

[16] *Nieuwstadt F., Dop H.* Atmospheric turbulence and simulation of impurity propagation. – Moscow: Hydrometeoizdat, 1985. – 352 p. (In Russian).

[17] *Nieuwstadt F., Dop H.* Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling. – Dordrecht: Springer, 1982. – doi: http://dx.doi.org/10.1007/978-94-010-9112-1.

[18] *Nieuwstadt F.* An analytic solution of the time-dependent, one-dimensional diffusion equation in the atmospheric boundary layer // Atmospheric Environment. – 1980. – Vol. 14, No. 12. – P. 1361-1364. – doi: http://dx.doi.org/10.1016/0004-6981(80)90154-7.

[19] Bureau of National statistics of The Republic of Kazakhstan / QAZSTAT. – 2021. – https://stat.gov.kz/ru/industries/environment/stateco.

[20] *Temirbekov A.N. et al.* Investigation of the Stability and Convergence of Difference Schemes for the Threedimensional Equations of the Atmospheric Boundary Layer // International Journal of Electronics and Telecommunications. – 2018. – Vol. 64, No. 3. – P. 391-396.

[21] *Chattopadhyay B.B., Singha Deo Sh.* Mathematical Model in Air Pollution with Area Source // International Conference on Recent Trends in Artificial Intelligence, Iot, Smart Cities Application (ICAISC 2020). – Jharkhand, 2020. – doi: http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3653343.

[22] *Мартыненко С.И.* Совершенствование алгоритмов для решения уравнений Навье-Стокса в переменных // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. – 2007. – №149(4). – С. 105-120.

[23] *Мартыненко С.И.* Совершенствование вычислительных алгоритмов для решения уравнений Навье-Стокса на структурированных сетках // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки. – 2008. – №2. – С. 78-95.

[24] *Ghia U., Ghia K.N., Shin C.T.* High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method // J. Comp. Physics. – 1982. – Vol. 48. – P. 387-411.

[25] *Равшанов Н., Шарипов Д.К., Нарзуллаева Н.* Усовершенствованная математическая модель процессов переноса и диффузии вредных веществ в приземном пограничном слое атмосферы // Научное обозрение. Технические науки. – 2016. – №4. – С. 49-59.

[26] *Равшанов Н., Таштемирова Н.Н., Мурадов Ф.А.* Исследование существования и единственности решения задачи переноса и диффузии аэрозольных частиц в атмосфере // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2017. – №1(7). – С. 54-67.

[27] *Шарипов Д.К., Ф.А. Мурадов, Равшанов З.Н.* Математическая модель и вычислительный эксперимент для мониторинга и прогнозирования экологического состояния пограничного слоя атмосферы // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2017. – №6(12). – С. 15-28.

[28] *Равшанов Н., Мурадов Ф.А., Таштемирова Н.Н.* Численное моделирование процесса переноса и диффузии аэрозольных частиц в пограничном слое атмосферы // Информатика: проблемы, методология, технологии : материалы XVII Международной научно-методической конференции : в 5 т. Т. 2. – Воронеж: Вэлборн, 2017. – С. 346-351.

Поступила в редакцию 14.02.2024

UDC 519.6

NUMERICAL MODELING OF 3D WIND VELOCITY FIELD IN THE ATMOSPHERE

[1,2*]***Muradov F.A.***, [1,3]***Tashtemirova N.N.***, [1]***Eshboeva N.F.***, [1,2]***Goziev Kh.I.***
*farrux1981@umail.uz
[1]Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute,
17A, Buz-2, Tashkent, 100125 Uzbekistan;
[2]Samarkand branch of Tashkent University of Information Technologies,
2A, Abu Ali Ibn Sino Str., Samarkand, 140100 Uzbekistan;
[3]Tashkent University of Information Technologies,
108, Amir Temur Ave., Tashkent, 100200 Uzbekistan.

As it is known the distribution of harmful substances in the atmosphere directly depends on the wind speed. This paper considers the problem of hydrodynamics in the form of nonlinear partial differential equations of Navier-Stokes to determine the velocity of air masses in the atmosphere in three directions u, v and w. The wind speed at each point of the considered region is different. Therefore, in this paper we have developed an algorithm for the numerical solution of the equations of atmospheric air mass velocity in three-dimensional space with respect to time and space variables, using a high-order approximation and an implicit difference scheme to ensure the stability of the computational process.

Keywords: mathematical model, wind speed, Navier-Stokes equations, finite-difference method, solution approximation, the run-through method.

Citation: Muradov F.A., Tashtemirova N.N., Eshboeva N.F., Goziev Kh.I. 2024. Numerical modeling of 3D wind velocity field in the atmosphere. *Problems of Computational and Applied Mathematics.* 1(55): 48-61.

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 1(55) 2024

Журнал основан в 2015 году.
Издается 6 раз в год.

Учредитель:
Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта.

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при Администрации Президента Республики Узбекистан.
Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

Адрес редакции:
100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.
Тел.: +(99871) 231-92-45.
E-mail: journals@airi.uz.
Сайт: www.pvpm.uz (journals.airi.uz).

Дизайн и компьютерная вёрстка:
Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.
Подписано в печать 29.02.2024 г.
Формат 60x84 1/8. Заказ №1. Тираж 100 экз.

Содержание

Равшанов Н., Боборахимов Б.И., Журабоева О.С.
Численное моделирование турбулентного потока и распространения примеси в условиях уличного каньона . . . 8

Ахмедов Д.Д., Убайдуллаев М.Ш., Насруллаев П.А.
Простая лагранжева модель распространения радиоактивных частиц в атмосфере . . . 26

Мурадов Ф.А., Таштемирова Н.Н., Эшбоева Н.Ф., Гозиев Х.И.
Численное моделирование трехмерного поля скорости ветра в атмосфере . . . 48

Бурнашев В.Ф., Кайтаров З.Д.
Математическая модель двухфазной фильтрации в пористой среде с учетом ее деформации . . . 62

Хужаёров Б.Х., Файзиев Б.М., Холияров Э.Ч.
Параллельный алгоритм идентификации параметров модели фильтрации суспензии в пористой среде . . . 81

Назирова Э., Шукурова М.
Численная модель и вычислительный алгоритм решения задачи фильтрации безнапорных грунтовых вод . . . 98

Юсупов М., Каршиев Д.К., Шарипова У.Б.
Численное моделирование нелинейных задач динамики вязкоупругих систем с конечными числами степеней свободы . . . 111

Алоев Р.Д., Бердышев А., Алимова В.
Исследование экспоненциальной устойчивости численного решения гиперболического уравнения с отрицательными нелокальными характеристическими скоростями и погрешностью измерения . . . 122

Шадиметов Х.М., Усманов Х.И.
Приближенное решение линейных интегральных уравнений Фредгольма второго рода методом оптимальных квадратур . . . 140