

УДК 519.6+51-74::628.395

ПРОСТАЯ ЛАГРАНЖЕВА МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОАКТИВНЫХ ЧАСТИЦ В АТМОСФЕРЕ

*Ахмедов Д.Д., Убайдуллаев М.Ш., Насруллаев П.А.

*a.dilshot@mail.ru

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,

100125, Узбекистан, г. Ташкент, Мирзо-Улугбекский р-он, м-в Буз-2, д. 17А.

Моделирование процессов переноса и диффузии загрязняющих примесей в атмосфере как научная проблема не теряет своей актуальности и остаётся полем деятельности многочисленных исследователей. Математические модели зачастую являются наиболее оптимальным средством выявления и понимания закономерностей сложных динамических процессов массопереноса в атмосфере. К числу широко распространенных транспортных моделей относятся модели, основанные на лагранжевом подходе к описанию движения частиц в турбулентных потоках. В данной статье обсуждаются вопросы разработки простой лагранжевой модели и алгоритма решения задачи распространения частиц, выбрасываемых стационарным точечным источником с учетом влияния эффектов гравитационного осаждения, радиоактивного распада и рельефа местности. Представление трехмерного поля ветра, осуществляется путем генерирования вариативных значений составляющих скорости ветра и углов отклонения. Кроме того, частицы подвергаются воздействию турбулентной диффузии, реализованной как процесс случайного блуждания. Модель обрабатывает несложный ландшафт и воспроизводит взаимодействие частиц с подстилающей поверхностью. Возможность оценки пространственного распределения концентрации взвешенных и осажденных частиц в заданном диапазоне времени, позволяет изучать различные сценарии влияния выбросов вредной примеси на окружающую среду, как в городских, так и в сельских условиях.

Ключевые слова: перенос и диффузия частиц, турбулентный поток, концентрация примеси, экологическое состояние, атмосферный воздух, модель, алгоритм, программное средство.

Цитирование: Ахмедов Д.Д., Убайдуллаев М.Ш., Насруллаев П.А. Простая лагранжева модель распространения радиоактивных частиц в атмосфере // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 1(55). – С. 26-47.

1 Введение

Атмосфера Земли имеет важнейшее значение в биогеохимических циклах, развивающихся на протяжении всей истории планеты, наравне с водой и солнечной энергией. Атмосфера состоит из азота (78,1%), кислорода (20,93%), углекислого газа (0,03%), а также менее 1% прочих газов, твердых и жидких дисперсных систем, летучих органических соединений [1, 2]. Азот, кислород и углекислый газ играют ключевую роль в биогеохимическом цикле и критически важны для всех существующих экосистем. Другие компоненты атмосферы менее важны в биогенном круговороте, однако изменения их концентрации чаще всего и вызывают негативные последствия для экологического баланса в биотических и абиотических средах.

Атмосферное загрязнение является насущной экологической проблемой мирового масштаба [3]. Частицы загрязняющих выбросов в атмосфере могут быть опасными при вдыхании, что сказывается на здоровье людей и может приводить к миллионам преждевременных смертей [4, 5]. Также вполне очевидно, что избыток вредных примесей в воздухе прямо или косвенно наносит ущерб растительности, водным ресурсам, почвогрунтам, лесам и биоценозам [6, 7].

Другой негативный аспект загрязнения атмосферы – это воздействие на климат планеты. Как известно, источники загрязнения бывают природными (вулканы, ветровая эрозия, природные пожары, космическая пыль и т.д.) и антропогенными. И если наличие первых укладывается в рамки относительного природного равновесия, то антропогенные источники очевидным образом нарушают долговременный экологический баланс. Большинство антропогенных выбросов составляют так называемые «парниковые» газы (диоксид углерода, метан, закись азота). Несмотря на споры о реальном вкладе антропогенных выбросов на парниковый эффект, их негативное воздействие на климатическую систему Земли отрицать невозможно. Ситуация усугубляется за счет активной вырубке лесов и разрушения озонового слоя продуктами распада фреонов.

Загрязнение атмосферы, особенно в пограничном слое, где свойства и динамика движения воздушной массы значительно определяются взаимодействием с подстилающей земной поверхностью, представляет собой сложное многофакторное явление. Это обусловлено, в том числе характером атмосферной циркуляции и особенностями химической трансформации газов и аэрозолей [8].

Важно понимать, что распространение загрязнителей имеет глобальный характер, то есть вредные примеси, выброшенные в одной точке планеты, могут распространяться по всему миру. Однако исследования обычно фокусируются на конкретных территориях, учитывая при необходимости и глобальное распространение через начальные и граничные условия.

Второй важный момент – это способность атмосферы к самоочищению. Вредные вещества могут быть устранены из атмосферы путем сухого осаждения, вымывания осадками и, разумеется, путем рассеивания в воздушных массах на большие расстояния.

Многочисленные тематические исследования в области математического моделирования атмосферных процессов показывают, что процесс распространения загрязнителей и их концентрация в окружающей среде зависят от множества разнообразных факторов. Тем самым, для наиболее точного описания процесса распространения примесей в атмосфере требуется разработка сложной, детализированной модели, учитывающей целый ряд сопутствующих эффектов [9, 10] (перенос, диффузия, осаждение, трансформация, поглощение загрязнителей), а также их изменчивость по времени и пространству, например, вследствие суточной и сезонной неоднородности погодных-климатических условий, стабильности атмосферы, особенностей рельефа и т.д.

2 Актуальность исследования

Для наиболее точного воспроизведения полей концентраций загрязняющих веществ в атмосферном воздухе и динамики их изменения по времени и пространству необходима достаточно плотная сеть наблюдательных станций с регулярным сбором данных и сохранением долгосрочных записей. Однако, в виду экономических ограничений, подобные инфраструктуры экомониторинга далеко не всегда создаются даже

в густонаселенных крупных городах и практически никогда в малонаселенных регионах.

В связи с чем, задачи оценки и прогнозирования уровня загрязнения атмосферы зачастую решается с привлечением методов математического моделирования и вычислительного эксперимента. Именно поэтому, математическое моделирование процесса распространения загрязняющих веществ в атмосфере представляет собой научное направление, имеющее особый интерес как с теоретической, так и с практической точек зрения.

Разработка математических моделей процессов переноса и диффузии загрязняющих примесей основывается на предположениях и ограничениях, соответствующих физической природе этих процессов и основным законам сохранения. Эти модели должны удовлетворять требованиям точности для решения конкретных практических задач.

Развитие методологии математического моделирования процесса распространения примесей в атмосфере уже много десятилетий является полем деятельности многих исследователей по всему миру. К настоящему времени ими уже достигнуты значительные теоретические и практические результаты [11]. Стоит отметить, что отсутствие универсальной физико-математической модели, охватывающей все возможные факторы и возмущения, действующие на исследуемый процесс, приводит к образованию множества различных подходов к моделированию. Выбор конкретного подхода зависит от поставленной задачи, требований к точности и общему качеству математической модели [12].

Большинство исследователей склонны подразделять существующую совокупность моделей распространения загрязняющих примесей в атмосфере на три основных типа: статистические, детерминированные и физические [13–20], которые, в свою очередь, подразделяются на различные классы и виды (рис. 1).

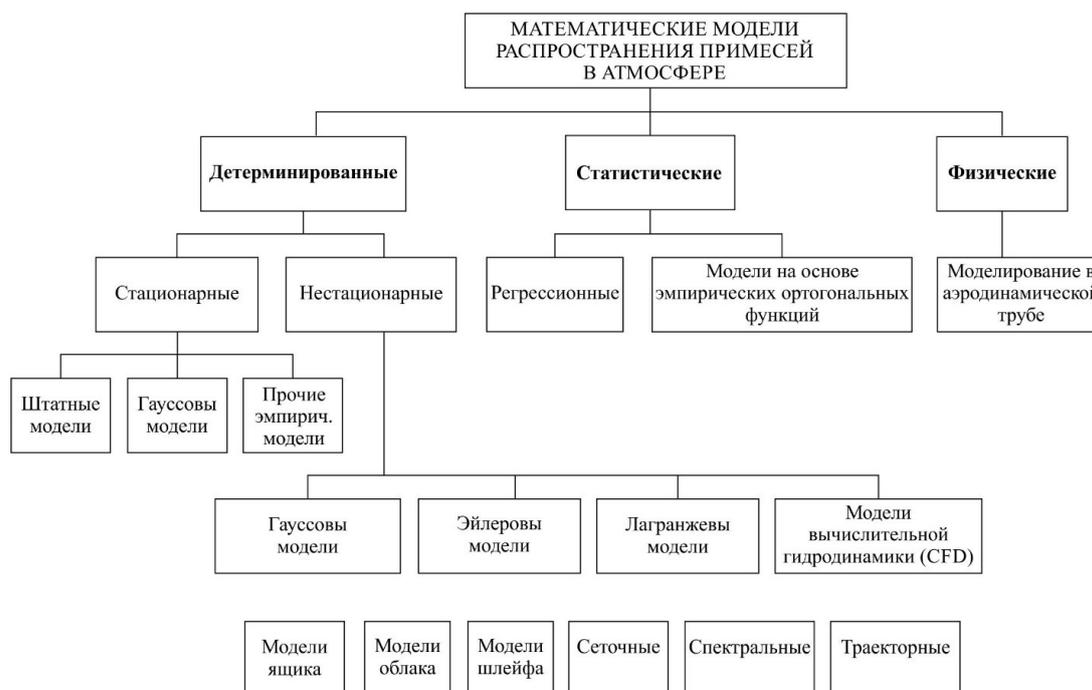


Рис. 1 Классификация моделей распространения загрязняющих примесей в атмосфере

Под физическими моделями понимается воспроизведение исследуемого процесса в уменьшенном масштабе воспроизводится в лабораторных условиях. Эксперименты с аэродинамическими трубами в некоторых случаях являются наилучшим подходом к исследованию атмосферных процессов. Точность физических моделей тем выше, чем меньшие по масштабам рассматриваемые атмосферные процессы.

Статистические модели, базируются на обработке данных многолетних наблюдений, позволяющей установить те или иные зависимости между метеорологическими и другими параметрами. Статистические модели весьма полезны для краткосрочных прогнозов уровней концентрации вредных примесей в атмосферном воздухе. К достоинствам этих моделей можно отнести необязательность сведений об источниках загрязнения и нетребовательность к вычислительным ресурсам. Закономерности, выявленные с помощью статистических моделей, очень часто используются для учета различных факторов в детерминированных моделях. Недостатком является необходимость сбора и хранения большого количества репрезентативных данных.

Детерминированные модели основаны на различных способах точного решения или численной аппроксимации решения уравнений, описывающих физические процессы, происходящие в атмосфере. Данный подход к моделированию подразумевает построение информационной модели исследуемого объекта, то есть наличия информации об источнике загрязнения, характеристиках выброса, погодных-климатических условиях, орографии местности и других сведений. Детерминированные модели обладают наибольшей точностью и больше всего подходят для принятия долгосрочных решений.

Считается, что современную математическую основу решения задачи атмосферной диффузии заложил Д. Тейлор в начале 1920-х годов. Он применил параболическое диффузионное уравнение для описания движения примеси в сплошной среде [21]. Впоследствии, под влиянием созданной Д. Тейлором полуэмпирической теории турбулентности, математическая постановка задачи распространения примесей в атмосфере зачастую стала эквивалентна применению уравнения турбулентной диффузии примеси

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u \cdot C + \frac{\partial}{\partial y} v \cdot C + \frac{\partial}{\partial z} w \cdot C = \frac{\partial}{\partial x} D_x \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} D_y \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} D_z \frac{\partial C}{\partial z} \quad (1)$$

при соответствующих начальных и граничных условиях.

Уравнение (1) основано на законе сохранения массы. Турбулентные потоки субстанции выражаются здесь градиентной зависимостью, то есть предполагается, что турбулентный поток пропорционален градиенту концентрации, а «постоянная» пропорциональности – это и есть коэффициент турбулентной диффузии [20].

К настоящему времени разработано множество моделей, так или иначе основанных на использовании уравнения (1). Однако, здесь выделяются несколько различных подходов.

Первый из них, берущий начало в 1930-х гг. и получивший широкое распространение в странах Северной Америки, Западной Европы, Океании и других, основывается на предположении о том, что выброс примеси от непрерывного точечного источника рассеивается в соответствии с нормальным (гауссовым) распределением [13, 15, 16, 22, 23] в горизонтальной и вертикальной плоскостях (рис. 2).

Основное уравнение рассеивания шлейфа выброса от непрерывного точечного источника в гауссовых моделях выводится из уравнения (1) при ряде допущений, в

результате которых оно принимает следующий вид:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}. \quad (2)$$

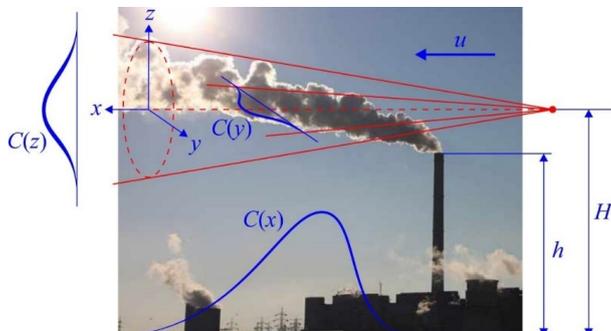


Рис. 2 Схема гауссовского факела

Решение уравнения (2), собственно, и является основным способом представления распространения примеси в гауссовой теории

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{\sigma_z^2}\right) \right]. \quad (3)$$

Здесь C – концентрация частиц загрязняющей примеси (г/м³); Q – мощность точечного стационарного источника выброса (г/с); u – средняя скорость ветра на высоте H (м/с); H – эффективная высота выброса (м); y – расстояние от центральной линии факела (м); z – высота над поверхностью земли (м); σ_y , σ_z – соответственно, горизонтальная (поперечная) и вертикальная дисперсии, характеризующие распределение частиц примеси по осям y и z . Величины σ_y и σ_z могут быть определены в зависимости от класса устойчивости атмосферы по экспериментальным и статистическим данным, предложенных целым рядом исследователей [24], например Г. Бриггсом, Ф. Паскуиллом и другими.

Несмотря на недостатки гауссовых моделей, проистекающих из присущих им упрощений физического процесса и сугубо эмпирического характера, препятствующего выводу обобщений, тем не менее, данный класс моделей де-факто стал эталоном. Во многих случаях национальные нормативные модели для расчетов распространения примеси основаны именно на гауссовых моделях.

Тем не менее, в 1960-х годах с развитием компьютерной техники, а также в связи с актуализацией вопросов прогнозирования последствий крупномасштабных техногенных катастроф, возникла необходимость в разработке новых более точных моделей переноса и диффузии примеси. Новые модели должны были учитывать нестационарность процесса, динамическое изменение метеоусловий, сложность рельефа и характер наземного покрова, химические трансформации и т.д. Для удовлетворения возникающих требований, применения одних лишь гауссовых моделей оказалось недостаточно [15, 25].

В основу большинства моделей нового поколения легли два подхода, каждый из которых подразумевал математическое представление движения воздушной массы

атмосферы в переменных Лагранжа или Эйлера, а также возможность комбинации с метеорологическими моделями численного прогноза погоды [26].

Эйлеровы модели относятся к одноименному подходу в математическом моделировании динамики жидкостей и газов, в частности, для изучения распространения примесей в атмосфере. Описание пространственно-временной эволюции процессов переноса и диффузии примесей в турбулентной среде реализуется посредством уравнений гидродинамики. Аргументом выступает множество координат точек пространства, а компоненты вектора скорости воздушной массы атмосферы и значения концентрации частиц примеси в каждой конкретной точке пространства являются функциями от этих координат и времени.

В рамках эйлерова подхода распространение примеси описывается относительно фиксированной системы координат, а масса частиц примеси рассматривается как неразрывная фаза (рис. 3).

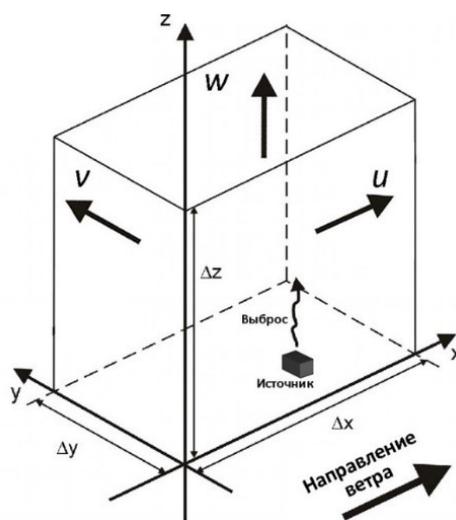


Рис. 3 Представление простой эйлеровой модели

Суть эйлеровых моделей сводится к численному решению полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} + \sigma C = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \delta I, \quad (4)$$

вместе с соответствующими начальными и граничными условиями, которые в общем виде формулируются следующим образом:

$$C(x, y, z, t) = C_0(x, y, z) \text{ при } t = 0; x, y, z \in \Omega; \quad (5)$$

$$C(x, y, z, t) = \bar{C}(x, y, z, t); x, y, z \in \bar{\Omega}. \quad (6)$$

На нижней границе условие обычно принимает вид

$$\frac{\partial C}{\partial z} = \beta C \text{ при } z = 0. \quad (7)$$

Здесь C – концентрация загрязняющей примеси (г/м³); u, v, w – составляющие осредненной скорости движения воздушной массы вдоль координатных направлений x, y, z (м/с); $x, y \in (-\infty; \infty), z \in (z_0; \infty); t$ – время $t \in [0, T]; D_x, D_y, D_z$ –

коэффициенты турбулентной диффузии вдоль координатных осей x , y , z ($\text{м}^2/\text{с}$); σ – параметр, обуславливающий изменение концентрации примеси вследствие удаления, трансформации или распада частиц в результате вступления в реакцию со средой; δI – действие постоянного точечного источника выброса загрязняющей примеси в атмосферу, где δ – дельта-функция Дирака, I – мощность источника; Ω – рассматриваемая область; $\bar{\Omega}$ – граница области; β – параметр, определяющий взаимодействие частиц примеси с поверхностью нижней границы области ($0 < \beta < \infty$), при $\beta = 0$ все частицы примеси остаются в атмосфере, отражаясь от поверхности, а при $\beta = \infty$ полностью «прилипают» к ней.

Семейство эйлеровых моделей наиболее многочисленно и широко представлено в исследованиях атмосферной диффузии примесей. По существу, эйлеровы модели отличаются между собой способом параметризации пограничного слоя атмосферы и в этом условно подразделяются на три класса: модели K -теории, модели с замыканием турбулентности высокого порядка и модели на основе эмпирической нелокальной параметризации. Модели каждого класса отличаются применением тех или иных подходов, а также наличием компромиссов между точностью, сложностью и требованиями к пространственно-временному разрешению [27]. Подавляющее большинство используемых на практике моделей распространения примесей в пограничном слое атмосферы, основаны именно на K -теории, характеризующейся использованием большого количества эмпирических данных, вводимых в модели в виде соответствующих функций.

Под лагранжевыми моделями подразумевается широкий круг моделей численного прогнозирования процесса распространения примеси в атмосфере. В данной разновидности транспортных моделей используется система координат, движущаяся вместе с потоком воздушной массы. Координаты частиц рассматриваются как функции времени их начальных координат, а скорости частиц – как производные от координат и времени (рис. 4).

Суть лагранжевой модели состоит в описании траектории множества одиночных частиц примеси, выбрасываемых источником загрязнения в атмосферу и дрейфующих под действием детерминированных (скорость ветра, физико-механические свойства частиц) и стохастических (турбулентность) эффектов [15, 28].

Базовый принцип, лежащий в основе расчета распространения частиц примеси в атмосфере методом Лагранжа, довольно прост. Уравнение траектории для одиночного лагранжевого элемента представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение [15, 28]:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \mathbf{v} + \mathbf{v}_1, \quad (8)$$

где \mathbf{r} – координаты положения частицы ЗВ; \mathbf{v} – детерминированная скорость движения частицы, включающая перенос, осаждение и плавучесть; \mathbf{v}_1 – стохастические турбулентные колебания.

В отличие от эйлеровых моделей, где выброс примеси из источника имеет форму непрерывного шлейфа, в лагранжевых моделях, выброс обычно представляется в виде дискретной последовательности клубков (рис. 4), что более точно отражает физический процесс рассеивания выброса в атмосферном воздухе.

Для каждого клубка вычисляются траектория его движения при учете временных и пространственных изменений метеоусловий и диффузионное рассеивание примеси в поперечных к траектории направлениях. Итоговое осредненное поле концентрации

примеси в момент времени t , представляет собой сумму полей концентрации всех клубков в выборке.

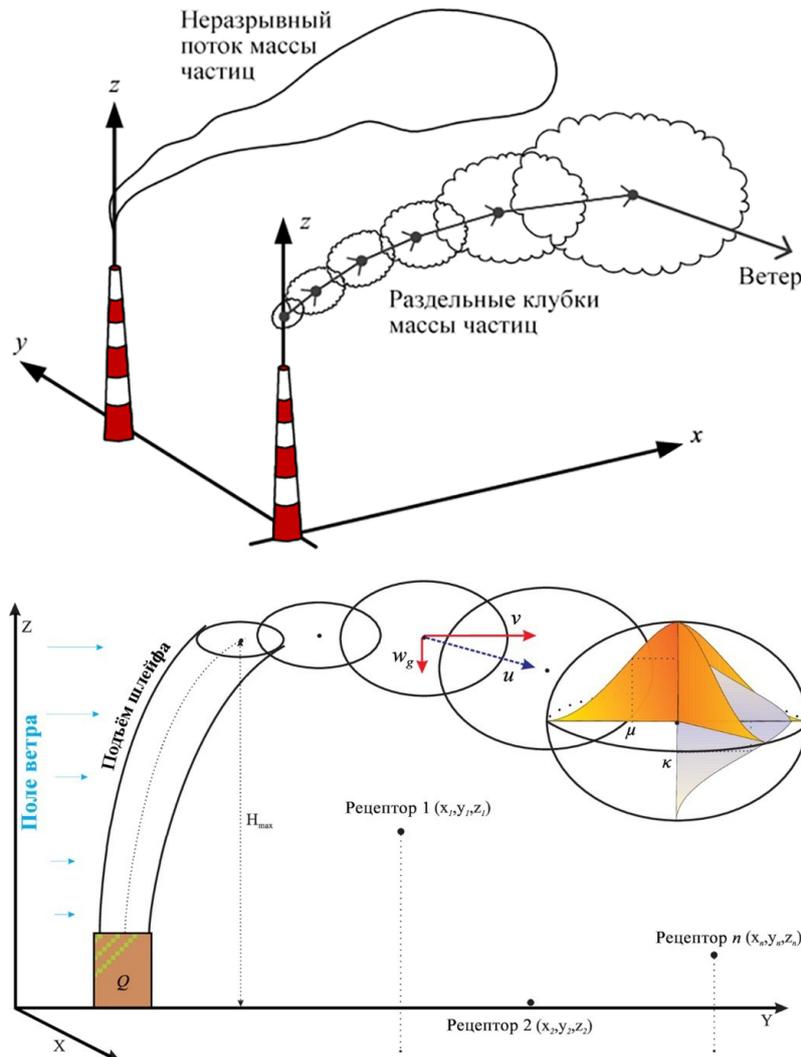


Рис. 4 Представление лагранжевой «клубковой» модели

Основное уравнение в лагранжевых моделях, описывающее пространственно-темпоральную эволюцию поля концентрации примеси в атмосфере, имеет следующий вид [27]:

$$C(r, t) = \int_{-\infty}^t \int p(r, t|r', t') S(r', t') dr' dt', \quad (9)$$

где $C(r, t)$ – осредненная по последовательности клубков концентрация загрязняющей примеси в точке r , в момент времени t ; $S(r', t')$ – описывающая мощность источника; $p(r, t|r', t')$ – функция вероятности перехода от точки и времени (r', t') к точке и времени (r, t) .

Нижний предел интеграла (9) подразумевает возможность учета информации о загрязнении атмосферы в прошлом (обычно за несколько часов), которая оказывает влияние на текущую и прогнозную концентрацию загрязняющей примеси.

Из уравнения (9) очевидным образом следует, что оценка функции плотности вероятности $p(r, t|r', t')$ является наиболее важным вопросом. Форма этой функции будет различаться в зависимости от набора факторов, влияющих на исследуемый процесс и принимаемых допущений. Так, для химически инертных веществ и при тех же ограничениях, что имеют место в гауссовых моделях, она примет вид [27]:

$$p(r - r', t - t') = p(x - x', y - y', z - z', t - t') = \frac{Q}{(2\pi)^{3/2} D_x D_y D_z} \exp \left\{ -\frac{[x - x' - u(t - t')]^2}{2D_x^2} - \frac{(y - y')^2}{2D_y^2} - \frac{(z - z')^2}{2D_z^2} \right\}. \quad (10)$$

Другой способ определения компонентов флуктуации скорости ветра основан на решении стохастического уравнения Ланжевена [15]:

$$d\nu = -\frac{\nu}{T_L} dt + \sigma_\nu \left(\frac{2}{T_L} \right)^{1/2} d\eta, \quad (11)$$

где ν – турбулентные колебания; T_L – лагранжева шкала времени, которая либо указывается явным образом либо вычисляется из колебаний скорости; σ_ν – стандартное отклонение скорости ветра; $d\eta$ – процесс белого шума с нулевым средним и дисперсией dt , численное представление которого обеспечивается применением эффективного генератора случайных чисел.

В детерминированных лагранжевых моделях, таких как «частицы в ячейках», траектория движения частиц задается следующими уравнениями [27]:

$$\begin{aligned} x(t + \Delta t) &= x(t) + (u + u') \Delta t; \\ y(t + \Delta t) &= y(t) + (v + v') \Delta t; \\ z(t + \Delta t) &= z(t) + (w + w') \Delta t, \end{aligned} \quad (12)$$

где x, y, z – в координаты частицы загрязняющей примеси в момент времени t ; u, v, w – компоненты осредненной скорости ветра; u', v', w' – флуктуации скорости ветра.

Компоненты осредненной скорости ветра задаются по данным метеорологических измерений или путем использования результатов расчетов по метеорологическим моделям, а турбулентные пульсации, могут быть заданы следующим выражениями:

$$u' = -\frac{D_x}{C} \frac{\partial C}{\partial x}; \quad v' = -\frac{D_y}{C} \frac{\partial C}{\partial y}; \quad w' = -\frac{D_z}{C} \frac{\partial C}{\partial z}.$$

То есть, здесь отдельные частицы в лагранжевой системе координат отслеживаются в непрерывном фазовом пространстве, тогда как моменты распределения, такие как плотности и токи, вычисляются одновременно в узлах конечно-разностной эйлеровой сетки.

Если выброс содержит частицы различных загрязняющих веществ, то количество уравнений увеличивается, так как для каждого типа загрязняющих веществ существует отдельное уравнение. Учет химических трансформаций производится путем дополнительного изменения концентраций на каждом пространственно-временном шаге расчета.

К достоинствам лагранжевых моделей относятся отсутствие проблемы подсеточного турбулентного замыкания, характерных, например, для эйлеровых моделей; возможности учета нестационарности процесса распространения примесей в атмосфере, динамических изменений метеоусловий и их пространственной неоднородности (в том числе условия штиля), сложного характера орографии местности, химической трансформации загрязняющих веществ и разновидностей источников загрязнения. Также несомненным преимуществом является то, что лагранжевы модели и их гибридные модификации хорошо подходят для описания дальнего переноса – до 1500 км.

Что касается недостатков, присущих лагранжевым моделям, то имеются два основных: первый – не гарантируется выполнение закона сохранения энергии; второй – численные схемы данного метода оказываются устойчивыми только при использовании искусственной вязкости. Кроме того, несмотря на простоту базового принципа, заложенного в лагранжевых моделях, их практическая компьютерная реализация часто оказывается крайне нетривиальной задачей [29]. Сложности возникают в силу высоких требований к сбору и обработке исходных данных метеонаблюдений, так как необходимо обеспечить их согласованность с конструируемым векторным полем скорости, которое в математическом смысле здесь рассматривается как случайное. Отсюда проистекают высокие требования к вычислительной мощности компьютеров при моделировании большого количества частиц от каждого источника и к используемым генераторам случайных чисел.

3 Цель исследования

Подводя итог краткого обзора научных публикаций, посвященных вопросам математического моделирования процесса распространения примеси в атмосфере, можно отметить следующее. Лагранжевые модели рассеивания примесей имеют определенные преимущества, делающие их особенно полезными в определенных случаях. Так как лагранжевый подход фокусируется на движении отдельных частиц примеси, это позволяет с высокой точностью отслеживать траектории их движения и взаимодействие с окружающей средой. Это особенно важно в задачах, где необходимо детальное понимание путей распространения и осаждения частиц, например при моделировании таких событий как аварийные выбросы, где крайне важно отследить конкретный путь перемещения загрязняющей примеси. Данный вид моделей подходит для анализа долгосрочного переноса примесей на большие расстояния, что важно для исследования трансграничного загрязнения и глобального распространения загрязнителей.

В целом, лагранжевые модели предоставляют собой достаточно эффективный инструмент моделирования процессов распространения примесей и их взаимодействия с окружающей средой.

С учетом сказанного, целью данной работы является разработка упрощенной модели процессов переноса и диффузии частиц загрязняющей примеси, выбрасываемой одиночным точечным источником. В текущей реализации модель учитывает эффект рельефа местности, плавучести и гравитационного осаждения частиц, а также радиоактивного распада частиц.

4 Постановка задачи

Положение частицы в пространства на каждом временном шаге задается трехмерным вектором:

$$\mathbf{X}(t) = [x_i(t), y_i(t), z_i(t)], \quad (13)$$

где i – индекс частиц, $i = \overline{1, N}$; t – время (с) в диапазоне изменения $[0, T]$; x, y, z – координаты частиц в декартовой системе координат, $x, y, z \in \Omega$.

Изменяющееся по пространству поле ветра представляет собой вектор:

$$\mathbf{U}(x, y, z) = [u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z)], \quad (14)$$

где u, v, w – компоненты скорости ветра в направлениях x, y, z соответственно.

Процесс переноса (адвекции) моделируется уравнением, описывающем обновление положения частиц в зависимости от локальной скорости ветра:

$$\mathbf{X}_i(t + \Delta t) = \mathbf{X}_i(t) + \mathbf{U}(\mathbf{X}_i(t)) \cdot \Delta t. \quad (15)$$

Как видно из (15), здесь используется простая схема численного интегрирования первого порядка. Согласно данному методу, положение каждой частицы на следующем временном шаге ($t + \Delta t$) определяется путем добавления произведения локальной скорости ветра и шага по времени $\mathbf{U}(\mathbf{X}_i(t)) \cdot \Delta t$ к текущей позиции $\mathbf{X}_i(t)$. Такое приближение концептуально является весьма примитивным, что может вносить существенные погрешности для больших временных шагов или в случаях с быстро меняющимися полями ветра.

Процесс турбулентной диффузии по времени выражается путем добавления к текущему положению частицы случайного смещения:

$$\mathbf{X}_i(t + \Delta t) = \mathbf{X}_i(t + \Delta t) + \eta_i. \quad (16)$$

Предполагается, что каждая частица подвергается случайному смещению η_i в любом из направлений x, y, z . В нашем случае, для упрощения расчетов, случайные смещения выбираются из нормального распределения со средним значением 0 и стандартным отклонением $\sqrt{2D\Delta t}$, где D – коэффициент диффузии.

Одиночный точечный источник выброса в рамках данной модели представляет собой способ с помощью которого определенное количество частиц примеси с заданной интенсивностью попадает в расчетную область:

$$N = Q \cdot \Delta t,$$

где N – количество частиц, а Q – мощность источника.

Сам источник выброса частиц S располагается в некоторой точке (x_S, y_S, z_S) внутри области Ω . При $t = 0$ имеет место $\mathbf{X}_i(t_0) = (x_S, y_S, z_S)$ для $i = 1, 2, \dots, N$.

Как видно из (15) и (16) в рассматриваемой модели предполагаются открытые границы, позволяющие частицам свободно перемещаться в пределах и за пределами определенного пространства. Однако, для демонстрации эффекта рельефа на нижней границе было задано условие отражения частиц.

Рельеф задается функцией $h(x, y)$, которая определяет высоту (м) в любой точке (x, y) на горизонтальной подстилающей поверхности. На каждом шаге по времени Δt для каждой i -й частицы, расположенной в точке пространства (x_i, y_i, z_i) , выполняется проверка на предмет ее нахождения ниже подстилающей поверхности:

$$z_i < h(x_i, y_i). \quad (17)$$

Если неравенство (17) истинно, то считаем, что частица столкнулась с поверхностью. Далее, после обнаружения столкновения можно применить несколько типов реагирования. В нашем случае применяется «отражение» частиц, то есть

$$\mathbf{X}_i(t + \Delta t) = \mathbf{X}_i(t) - 2 \cdot h(x_i, y_i) - z_i. \quad (18)$$

При необходимости можно также задать условия «поглощения» – когда при истинности неравенства (17) частица удаляется из области расчета; «отражение с демпфированием» – аналогично отражению, но частица теряет часть энергии при столкновении, что более реалистично описывает отскок частицы от поверхности; «скольжение по поверхности» – моделируется путем регулировки траектории частицы по касательной к поверхности местности в точке столкновения. Наконец, для обработки сложной пересеченной местности можно предусмотреть вычисление вектора нормали к подстилающей поверхности в точке столкновения и последующую корректировку траектории частицы.

Добавление эффектов «сухого» гравитационного осаждения и радиоактивного распада к модели предполагает включение дополнительных механизмов, которые влияют на поведение частиц с течением времени.

Эффект осаждения может быть представлен следующим образом

$$\frac{dN}{dt} = -w_g N, \quad (19)$$

где w_g – скорость осаждения частиц, обычно зависящая от их физико-механических свойств. В нашем случае вычисляется по известной формуле Стокса [16]

$$w_g = \frac{2 r^2 g (\rho_p - \rho_a)}{9 \mu_a},$$

где r – радиус частицы (м); g – ускорение свободного падения ($\text{м}/\text{с}^2$); ρ_p – плотность частиц ($\text{кг}/\text{м}^3$); ρ_a – плотность атмосферного воздуха ($\text{кг}/\text{м}^3$); μ_a – динамическая вязкость воздуха ($\text{Па}\cdot\text{с}$).

На каждом шаге по времени Δt количество частиц, осевших частиц можно определить из следующего выражения:

$$N_{set} = w_g \cdot N \cdot \Delta t.$$

В случае если имеет место условие «прилипания» к подстилающей поверхности, то осевшие частицы удаляются из исходной системы частиц N .

Радиоактивный распад – это стохастический процесс, при котором нестабильные изотопы трансформируются в другие изотопы или состояния. Радиоактивный распад частиц вещества обычно описывается периодом его полураспада

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \gamma \ln 2 = 0,693\gamma,$$

где λ – постоянная распада; γ – среднее время жизни.

Закон радиоактивного распада формулируется в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N. \quad (20)$$

На каждом шаге по времени Δt ожидаемое количество распавшихся частиц равно:

$$N_{rad} = \lambda \cdot N \cdot \Delta t.$$

Так как процесс стохастический, то подмножество распавшихся радиоактивных частиц определяем на основе вероятности распада каждой из них

$$P(X_{desay}) = \lambda \cdot \Delta t, \text{ где } X_{desay} = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}.$$

5 Алгоритм решения задачи

Алгоритм решения задачи (13)-(20) состоит из нижеследующих основных процедур.

1) Инициализация основных параметров процесса

Ввод размеров области решения задачи по пространству L_x, L_y, L_z и времени расчета T , а также разрешения сеточной области и шага по времени $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$:

$$\Omega = \{(x_i, y_j, z_k, t_\tau) | 0 \leq i < nx, 0 \leq j < ny, 0 \leq k < nz, 0 \leq \tau < n\tau\};$$

$$\Delta x = \frac{L_x}{nx - 1}, \Delta y = \frac{L_y}{ny - 1}, \Delta z = \frac{L_z}{nz - 1}; \Delta t = \frac{T}{n\tau - 1}.$$

Ввод количества частиц N , координат $S(x_S, y_S, z_S)$ и мощности источника выброса Q , коэффициента турбулентной диффузии D , а также инициализация массивов для хранения положений частиц и отслеживания активного состояния частиц.

2) Генерирование ветрового поля

В программной реализации для создания простого, пространственно изменяющегося поля ветра предусмотрена функция `generate_wind_field()`, принимающая в качестве аргументов размеры области L_x, L_y, L_z . Функция возвращает трехмерный массив значений для каждой точки пространственной сетки внутри расчетной области Ω .

Отметим, что при необходимости использования реальных метеорологических параметров, как правило – почасовых данных метеонаблюдений, массив $\mathbf{U} = [u, v, w]$ для каждого шага Δt необходимо формировать заранее, например в виде табличных файлов.

3) Генерирование рельефа подстилающей поверхности

Программная реализация предусматривает функцию `generate_terrain()`, принимающую в качестве аргументов размеры подстилающей поверхности в границах рассматриваемой области L_x, L_y и максимально допустимую высоту возвышенностей. Функция возвращает три массива значений X, Y, Z , описывающих геометрию рельефа, где X, Y – это сетка поверхности с размером ячеек $\Delta x, \Delta y$, а $Z = f(X, Y)$ – функция высоты.

Чтобы оперировать при расчетах точной топографической информацией, массивы X, Y, Z можно сформировать данными радарной топографической съемки земной поверхности SRTM, распространяемых, например в виде растров DEM с разрешением 90 м (3 угловые секунды) на пиксел.

4) Выполнение расчета

Запуск основного цикла по времени от $t = 0$ до $t = T$. На каждой итерации цикла Δt выполняются следующие действия:

- определение количества новых частиц, которые должны быть выброшены в окружающую среду, согласно мощности источника – Q ;
- инициализация позиций новых частиц в точке выброса (x_S, y_S, z_S) и присвоение им статуса активных;
- проверка высоты точки расположения активных частицы с тем, чтобы частицы оставались над подстилающей поверхностью ландшафта или на ней $z_i < h(x_i, y_i)$;
- для каждой активной частицы, определение локальной скорости ветра $\mathbf{U}(\mathbf{X}_i(t))$ в точке ее расположения $\mathbf{X}_i(t)$;
- обновление положения частицы $\mathbf{X}_i(t)$ на основе уравнения адвекции (15);
- обновление положения частицы $\mathbf{X}_i(t)$ на основе уравнения турбулентной диффузии (16);

- применение эффекта осаждения частиц (19) и установленного граничного условия на подстилающей поверхности, например, отражение или поглощение. В последнем случае частицы удаляются из процедуры моделирования;

- применение эффекта радиоактивного распада (20), то есть случайным образом определить, является ли частица радиоактивной и распадается ли она. Исходя из константы распада, соответствующее количество частиц удаляются из процедуры моделирования.

- обновление счетчиков взвешенных, осевших, радиоактивных и разложившихся частиц.

5) Оценка экологической нагрузки

При необходимости выполняется оценка концентрации частиц $\theta(x, y, z, t)$ в заданной точке области Ω за время $[0, T]$, согласно (9).

Блок-схема описанного алгоритма, без учета визуализации и других вспомогательных процедур приведена на рис. 5.

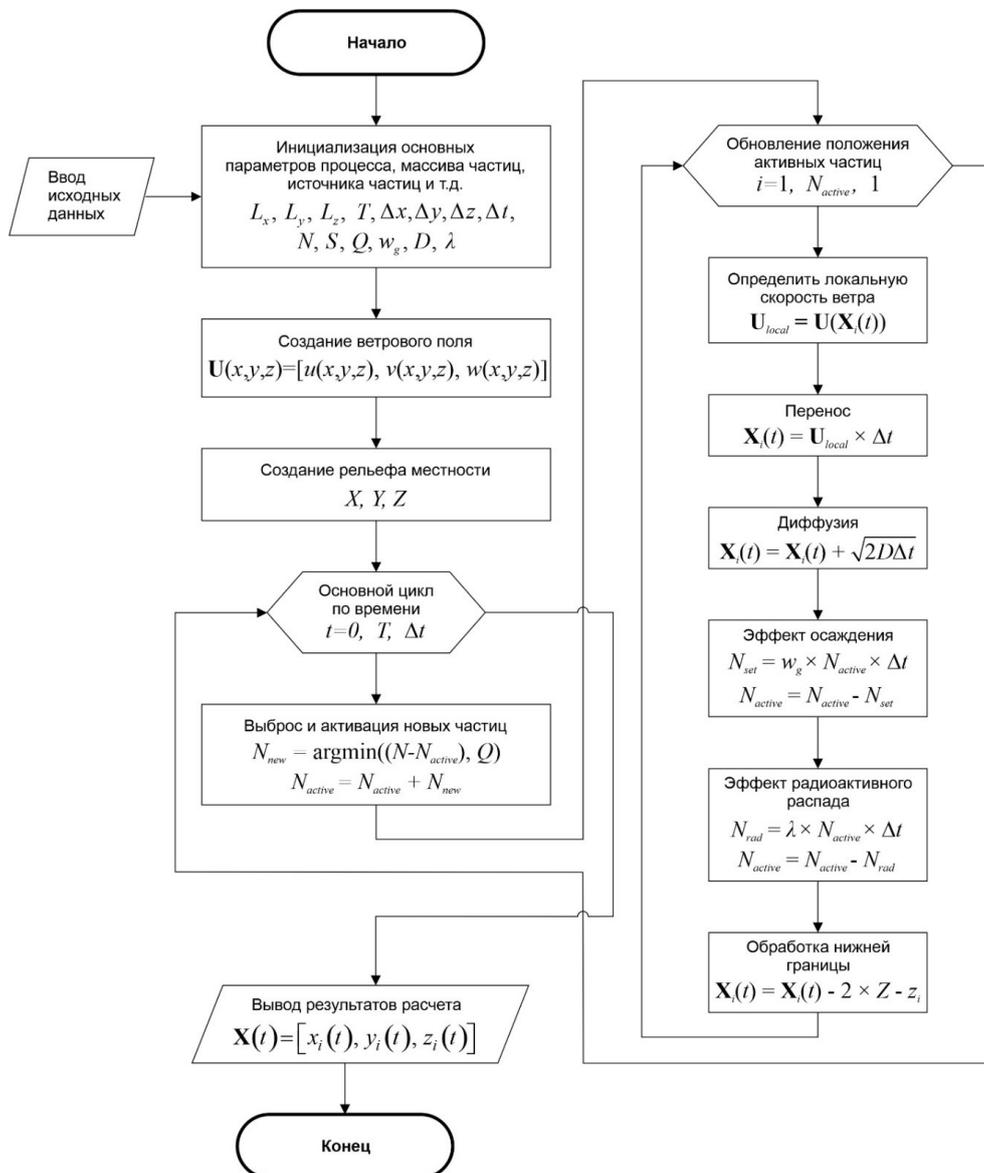


Рис. 5 Блок-схема алгоритма вычисления переноса и диффузии частиц

6 Результаты

Рассмотренные в предыдущих параграфах математическая модель и алгоритм были реализованы в виде программного средства для проведения вычислительных экспериментов. Эксперименты проводились при следующих значениях параметров процесса (рис. 6-16): $L_x = 10$, $L_y = 10$, $L_z = 10$; $\Delta x = 0,1$, $\Delta y = 0,1$, $\Delta z = 0,1$; $N = 500$; $T = 1800$; $\Delta t = 0,1$; $Q = 5$ частиц / Δt ; $D = 0,05$; $w_g = 0,01$; $\lambda = 0,001$; $u(x, y, z) = 0$, $v(x, y, z) = 0$, $w(x, y, z) = 0$ при $t = 0$; $\theta_0(x, y, z, 0) = 0$.

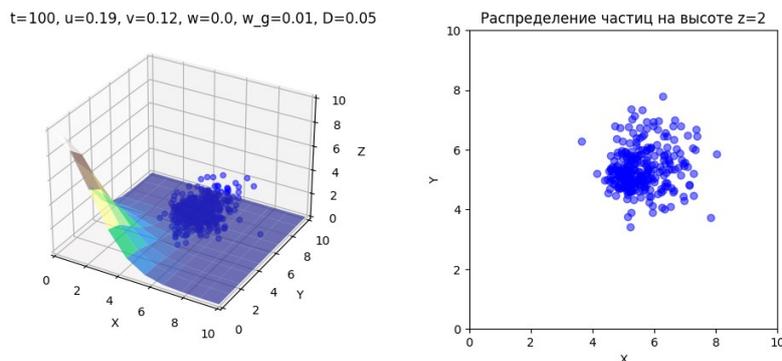


Рис. 6 Распределение частиц на высоте источника выброса при $t = 100$

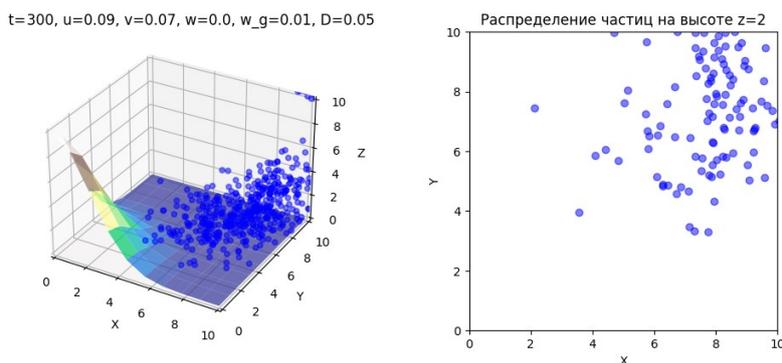


Рис. 7 Распределение частиц на высоте источника выброса при $t = 300$

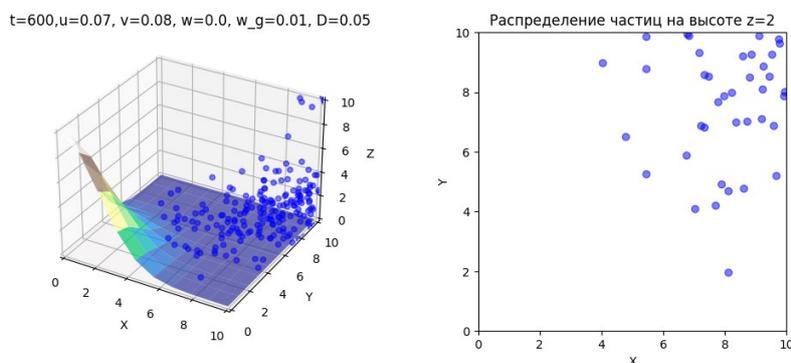


Рис. 8 Распределение частиц на высоте источника выброса при $t = 600$

$t=900, u=0.0, v=0.0, w=0.0, w_g=0.01, D=0.05$

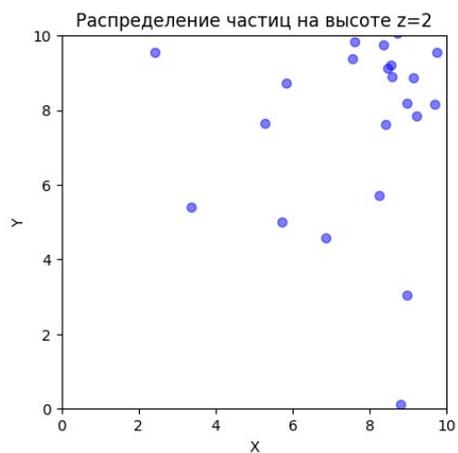
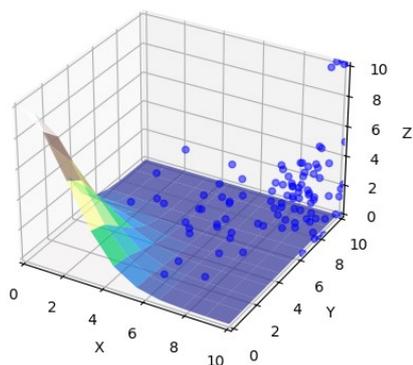


Рис. 9 Распределение частиц на высоте источника выброса при $t = 900$

$t=100, u=0.2, v=0.12, w=0.0, w_g=0.01, D=0.05$

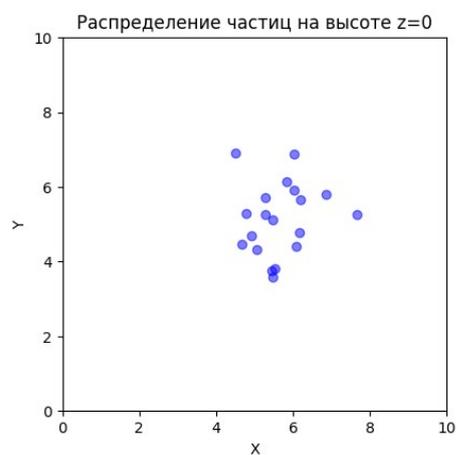
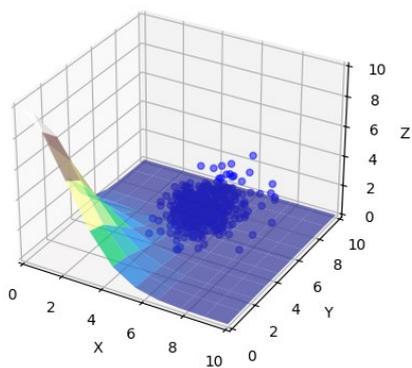


Рис. 10 Распределение осевших частиц при $t = 100$

$t=300, u=0.0, v=0.0, w=0.0, w_g=0.01, D=0.05$

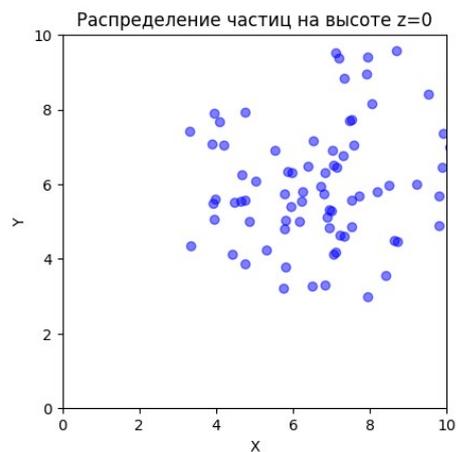
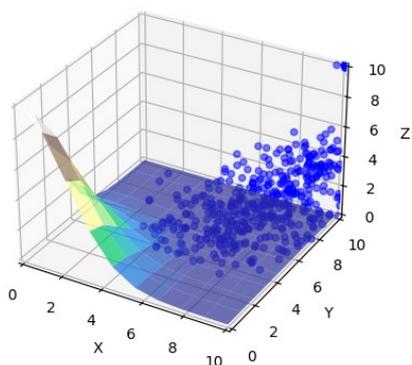


Рис. 11 Распределение осевших частиц при $t = 300$

$t=600, u=0.06, v=0.0, w=0.0, w_g=0.01, D=0.05$

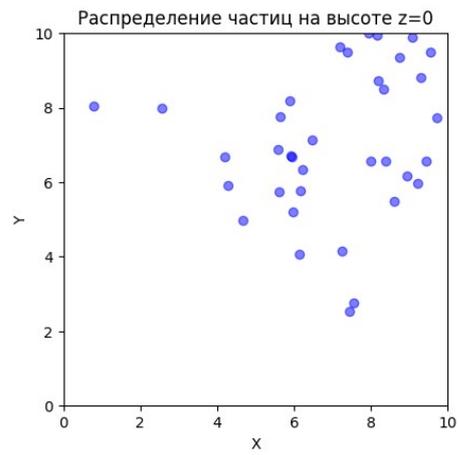
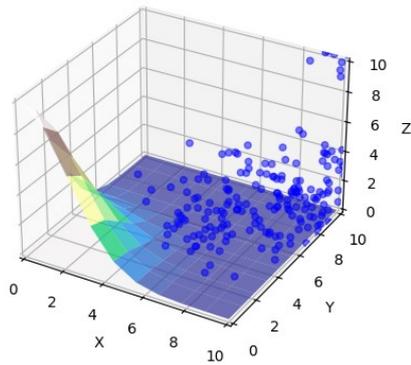


Рис. 12 Распределение осевших частиц при $t = 600$

$t=900, u=0.0, v=0.0, w=0.0, w_g=0.01, D=0.05$

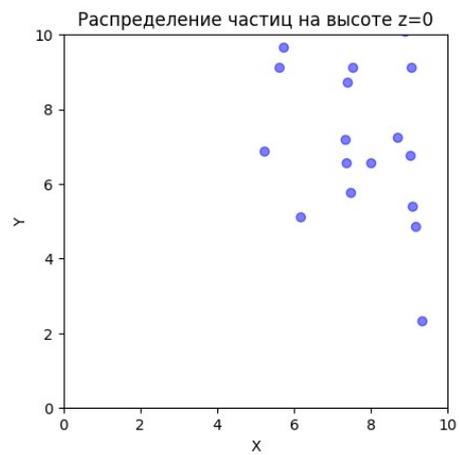
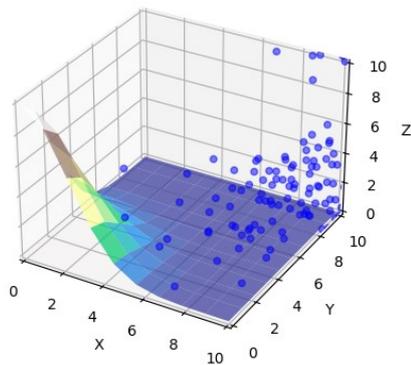


Рис. 13 Распределение осевших частиц при $t = 900$

$t=1800, u=0.71, v=0.71, w=0.0, w_g=0.01, D=0.05$

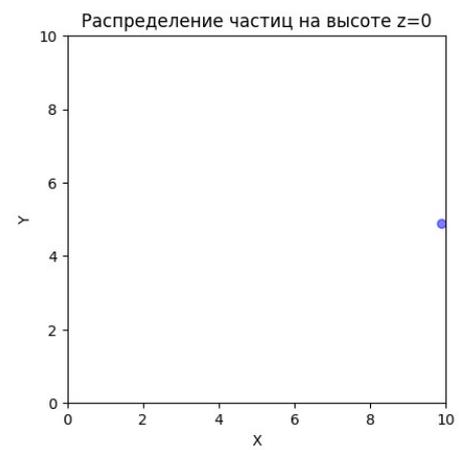
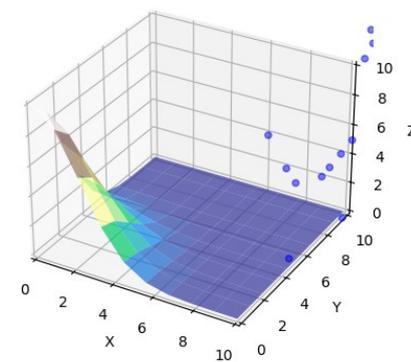


Рис. 14 Распределение осевших частиц при $t = 1800$

$t=300, u=0.1, v=0.07, w=0.0, w_g=0.01, D=0.05$

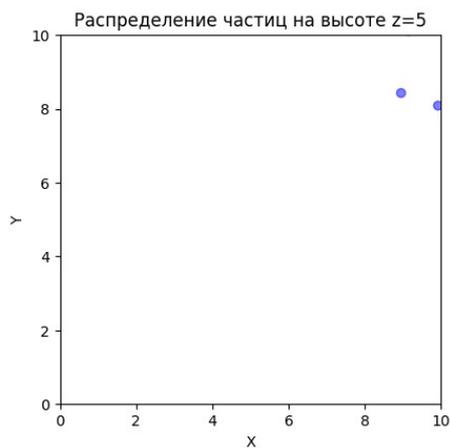
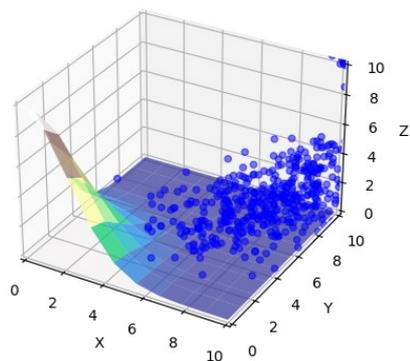


Рис. 15 Распределение частиц на среднем уровне по высоте при $t = 300$

$t=600, u=0.0, v=0.0, w=0.0, w_g=0.01, D=0.05$

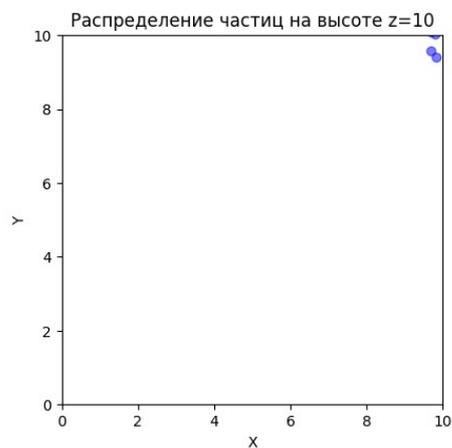
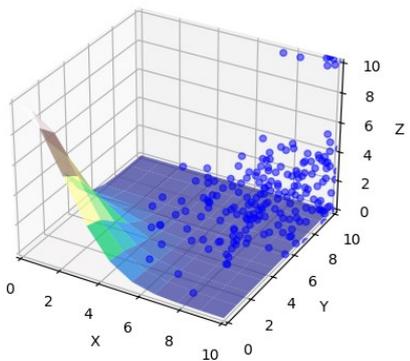


Рис. 16 Распределение частиц на верхней границе области при $t = 600$

$t=200, u=0.17, v=0.14, w=0.0, w_g=0.01, D=0.1$

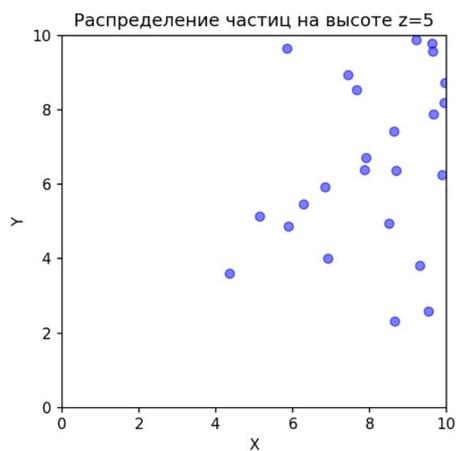
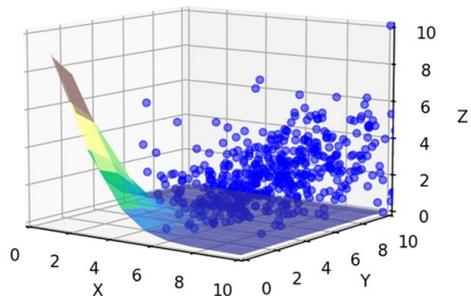


Рис. 17 Распределение частиц на среднем уровне по высоте при $t = 200$ и коэффициенте диффузии $D = 0,1$

На рис. 6-17 приведено распределение частиц в границах области решения задачи в различные моменты времени и на разных высотах. Источник выброса расположен в центре области у поверхности $x_S = 5$, $y_S = 5$, $z_S = 2$. Поток ветра \mathbf{U} в целом движется слева направо.

Как можно видеть из рисунков, при умеренных значениях компонентов скорости ветра наиболее высокие значения концентрации частиц на всем заданном интервале времени (0, 1800) наблюдаются на высоте источника выброса (рис. 6-9).

Следующие существенные значения концентрации частиц можно наблюдать непосредственно на подстилающей поверхности (рис. 10-13), причем максимальное количество осевших частиц имеет место при $t = 300$ (рис. 11), а затем плавно убывает. Это объясняется тем, что в задаче реализовано условие отражения, то есть частицы после контакта с непроницаемой поверхностью либо сразу, либо спустя непродолжительное время отскакивают, вновь поднимаются вверх и уносятся потоком за пределы рассматриваемой области.

Диаграммы рассеивания частиц на высотах $z = 5$ и выше приведены только на рис. 15-17. Это связано с тем, что в ходе проведения серии вычислительных экспериментов, выбрасываемые источником частицы, достигали высот $z \geq 5$ лишь в отдельные моменты времени и в небольшом количестве. Однако, при схожей скорости ветра, но увеличенном значении коэффициента диффузии, количество частиц на высотах $z \geq 5$, как правило, значительно возрастает (рис. 17).

В целом, к моменту времени $t = 1800$ при значении скоростей u и v от 0 до 1, практически все частицы выносятся потоком за пределы рассматриваемой области (рис. 14). Отметим, что полная дистанция переноса частиц по направлению ветра при $t = 1800$ может достигать десятикратного размера рассматриваемой области.

7 Заключение

В заключении можно отметить следующее. При программной реализации модели на языке python были использованы широко используемые библиотеки NumPy для вычислительных операций и Matplotlib для визуализации. Для визуализации применялись трехмерные диаграммы рассеивания, отображающие положения частиц на различных временных шагах, с целью интуитивного понимания закономерностей исследуемого процесса.

Предложенный математический аппарат для анализа процесса распространения загрязняющих примесей в атмосфере имеет потенциал применения в экологических исследованиях, включая прогнозирование распространения радиоактивных частиц, неорганических аэрозолей, пылицы или других биологических частиц. Однако, точность предложенной модели полностью зависит от детализации реальных метеорологических данных и пространственных данных, описывающих топографию местности.

Кроме того, при проведении вычислительных экспериментов и интерпретации результатов следует учитывать ограничения метода Эйлера при решении задачи в более сложных постановках.

Литература

- [1] *Плачкова С.Г.* Основные загрязнители окружающей среды // Энергетика. История, настоящее и будущее. Книга 5. Электроэнергетика и охрана окружающей среды. Функционирование энергетики в современном мире. – 2-е изд., перераб. – 2013. – Режим доступа: <https://bit.ly/310Zzjh> (дата обращения: 26.01.2024).
- [2] *Трухин В.И., Показеев К.В., Куницын В.Е.* Общая и экологическая геофизика. – М.: Физматлит, 2005. – 576 с.

- [3] Качество атмосферного воздуха и здоровье / Всемирная организация здравоохранения. – 2018. – Режим доступа: <https://bit.ly/2Z65jTQ> (дата обращения: 26.01.2024).
- [4] 7 миллионов смертей ежегодно связаны с загрязнением воздуха / Всемирная организация здравоохранения. – 2014. – Режим доступа: <https://bit.ly/31WqDxe> (дата обращения: 26.01.2024).
- [5] *Reed S.* Study Links 6.5 Million Deaths Each Year to Air Pollution // *The New York Times*. – 2016. – Режим доступа: <https://nyti.ms/31UQLIt> (дата обращения: 26.01.2024).
- [6] *Соколов Э.М., Панарин В.М., Зуйкова А.А.* Современные проблемы науки в области защиты окружающей среды. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. – 400 с.
- [7] *Равшанов Н., Шарипов Д.К., Ахмедов Д.Д.* Компьютерная модель процесса распространения вредных веществ в пограничном слое атмосферы // *Экологические чтения – 2015 : материалы междунар. науч.-практ. конф.* – Омск, 2015. – С. 89-100.
- [8] *Алоян А.Е.* Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. – М.: ИВМ РАН, 2002. – 201 с.
- [9] *Равшанов Н., Шарипов Д.К., Ахмедов Д.* Моделирование процесса загрязнения окружающей среды с учетом рельефа местности и погодных-климатических факторов // *Информационные технологии моделирования и управления.* – 2015. – № 3(93). – С. 222-234.
- [10] *Шарипов Д.К., Ахмедов Д.Д.* Моделирование процесса переноса вредных веществ в атмосферу с учетом эрозии почвы // *Проблемы информатики и энергетики.* – 2015. – № 5. – С. 23-32.
- [11] *Равшанов Н., Мурадов Ф., Ахмедов Д.* Численное моделирование процесса переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере в сферической системе координат // *Проблемы оптимизации сложных систем : материалы XIV международной азиатской школы-семинара, 20-31 июля 2018 г., Кыргызстан : в 2-х ч. Ч. 2.* – Алмата, 2018. – С. 142-151.
- [12] *Хаширова Т.Ю., Акбашева Г.А., Шакова О.А., Акбашева Е.А.* Моделирование загрязненности атмосферного воздуха // *Фундаментальные исследования.* – 2017. – № 8. – С. 325-330.
- [13] *Collett R., Oduyemi K.* Air quality modelling: a technical review of mathematical approaches // *Meteorological Applications.* – 1997. – Vol. 4. – P. 235-246.
- [14] *Markiewicz M.* A Review of Mathematical Models for the Atmospheric Dispersion of Heavy Gases. Part I. A Classification of Models // *Ecological Chemistry and Engineering.* – 2012. – Vol. 19. – P. 297-314.
- [15] *Leelossy A., Molnar F., Izsak F., Havasi A., Lagzi I., Meszaros R.* Dispersion modeling of air pollutants in the atmosphere: a review // *Central European Journal of Geosciences.* – 2014. – Vol. 6. – P. 257-278.
- [16] *El-Harbawi M.* Air quality modelling, simulation, and computational methods: a review // *Environmental Reviews.* – 2013. – Vol. 21. – P. 149-179.
- [17] *Srivastava S., Sinha I.* Classification of air pollution dispersion models: a critical review // *Proc. of the National Seminar on Environmental Engineering with special emphasis on Mining Environment.* – Dhanbad, 2004. – P. 1-11. – URL: <https://bit.ly/3jxUNNq> (дата обращения: 26.01.2024).
- [18] *Aggarwal A., Haritash A.K., Kansal G.* Air pollution modelling – a review // *International Journal of Advanced Technology in Engineering and Science.* – 2014. – Vol. 2, Issue 6. – P. 355-364.

- [19] *Modi M., Ramachandra V., Ahmed L., Hussain Z.* A review on theoretical air pollutants dispersion models // International journal of pharmaceutical, chemical and biological sciences. – 2013. – Vol. 3, Issue 4. – P. 1224-1230.
- [20] *Weber E.* Air Pollution: Assessment Methodology and Modeling. – New York: Springer-Verlag, 2013. – 330 p.
- [21] *Hanna S.R., Briggs G.A., Hosker R.P.* Handbook on atmospheric diffusion. – Springfield: US Dept. of Energy, 1982. – 102 p.
- [22] *Аргучинцева А.В., Аргучинцев В.К., Вологжнина С.Ж.* Тенденции и уровень решения проблемы оценки загрязнения атмосферы // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Науки о Земле. – 2009. – Т. 2, № 2. – С. 20-36.
- [23] *Григорьева И.Г., Тунакова Ю.А., Шагидуллина Р.А.* Области применения моделей для расчета распределения примесей в приземном слое атмосферного воздуха // Вестник Казанского технологического университета. – 2014. – № 20. – С. 163-166.
- [24] Метеорология и атомная энергия : пер. с англ. / под ред. Н.Л. Бызовой, К.П. Махонько. – Л.: Гидрометеиздат, 1971. – 647 с.
- [25] *Наместникова О.В., Топольский Н.Г.* Обзор моделей загрязнения атмосферного воздуха в системе управления качеством среды обитания // Пожары и чрезвычайные ситуации: предотвращение, ликвидация. – 2015. – № 2. – С. 64-70.
- [26] *Harper K.* Weather by the Numbers: The Genesis of Modern Meteorology. – Cambridge, MA: MIT Press, 2008. – 308 p.
- [27] *Markiewicz M.* Modelling of the air pollution dispersion // Models and Techniques for Health and Environmental Hazards Assessment and Management. Part 2 Air quality modelling / ed. M. Borysiewicz. – Otwock-Swierk: IAE, 2006. – P. 303-347.
- [28] *Anfossi D., Physick W.* Lagrangian particle models // Air Quality Modeling Theories, Methodologies, Computational Techniques, and Available Databases and Software. Vol. 2 - Advanced Topics / ed. P. Zannetti. – Pittsburgh: Air & Waste Management Association, 2005. – P. 93-161.
- [29] *Харченко Е.В.* Использование математических моделей переноса и рассеяния радионуклидов в атмосфере для управления рисками на стадии проектирования атомных электростанций : дис. ... канд. наук : 25.00.30 : защищена 24.03.2016. – Санкт-Петербург, 2016. – 117 с.

Поступила в редакцию 02.02.2024

UDC 519.6+51-74::628.395

SIMPLE LAGRANGIAN MODEL OF RADIOACTIVE PARTICLES DISPERSION IN THE ATMOSPHERE

** Akhmedov D.D., Ubaydullaev M.Sh., Nasrullaev P.A.*

**a.dilshot@mail.ru*

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute,
17A, Buz-2, Tashkent, 100125 Uzbekistan.

The study of atmospheric pollutant transport and diffusion processes remains a vital scientific issue and a field of interest for many researchers. Mathematical modeling is often the most effective means for uncovering and understanding the patterns of complex dynamic mass transfer processes in the atmosphere. Among the widely used transport

models are those based on the Lagrangian approach to describing particle motion in turbulent flows. This paper discusses the development of a simple Lagrangian model and a solution algorithm for the problem of particle dispersion emitted from a stationary point source, taking into account the effects of gravitational settling, radioactive decay, and terrain features. The representation of the three-dimensional wind field is achieved by generating variable wind speed components and deviation angles. Additionally, the particles are subjected to turbulent diffusion, implemented as a random walk process. The model processes a straightforward landscape and simulates the interaction of particles with the underlying surface. The ability to assess the spatial distribution of the concentration of suspended and deposited particles over a given time range allows for the study of various scenarios of harmful emissions' impact on the environment in both urban and rural settings.

Keywords: transport and diffusion of particles, turbulent flow, pollutant concentration, ecological conditions, air, model, algorithm, software.

Citation: Akhmedov D.D., Ubaydullaev M.Sh., Nasrullaev P.A. 2024. Simple Lagrangian model of radioactive particles dispersion in the atmosphere. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 1(55): 26-47.

HISOBLASH VA AMALIY
МАТЕМАТИКА
MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS



ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 1(55) 2024

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Бурнашев В.Ф., Загребина С.А. (Россия),
Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А., Ильин В.П. (Россия),
Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия), Карачик В.В. (Россия),
Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М., Мухамадиев А.Ш.,
Мухамедиева Д.Т., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М.,
Опанасенко В.Н. (Украина), Раджабов С.С., Расулов А.С., Садуллаева Ш.А.,
Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А., Хамдамов Р.Х.,
Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М.Ш. (Таджикистан),
Dimov I. (Болгария), Li Y. (США), Mascagni M. (США), Min A. (Германия),
Schaumburg H. (Германия), Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(99871) 231-92-45.

E-mail: journals@airi.uz.

Сайт: www.pvpm.uz (journals.airi.uz).

Дизайн и компьютерная вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 29.02.2024 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №1. Тираж 100 экз.

Содержание

<i>Равшанов Н., Боборахимов Б.И., Журабоева О.С.</i> Численное моделирование турбулентного потока и распространения примеси в условиях уличного каньона	8
<i>Ахмедов Д.Д., Убайдуллаев М.Ш., Насруллаев П.А.</i> Простая лагранжева модель распространения радиоактивных частиц в атмосфере	26
<i>Мурадов Ф.А., Тахтемирова Н.Н., Эшбоева Н.Ф., Гозиев Х.И.</i> Численное моделирование трехмерного поля скорости ветра в атмосфере	48
<i>Бурнашев В.Ф., Кайтаров З.Д.</i> Математическая модель двухфазной фильтрации в пористой среде с учетом ее деформации	62
<i>Хужаёров Б.Х., Файзиев Б.М., Холияров Э.Ч.</i> Параллельный алгоритм идентификации параметров модели фильтрации суспензии в пористой среде	81
<i>Назирова Э., Шукурова М.</i> Численная модель и вычислительный алгоритм решения задачи фильтрации безнапорных грунтовых вод	98
<i>Юсупов М., Каршиев Д.К., Шарипова У.Б.</i> Численное моделирование нелинейных задач динамики вязкоупругих систем с конечными числами степеней свободы	111
<i>Алов Р.Д., Бердышев А., Алимова В.</i> Исследование экспоненциальной устойчивости численного решения гиперболического уравнения с отрицательными нелокальными характеристическими скоростями и погрешностью измерения	122
<i>Шадиметов Х.М., Усманов Х.И.</i> Приближенное решение линейных интегральных уравнений Фредгольма второго рода методом оптимальных квадратур	140