

УДК 004.4

ФУНКЦИИ И ВИДЫ КВАНТОВЫХ ОПЕРАТОРОВ В ПРОЕКТИРОВАНИИ КВАНТОВЫХ АЛГОРИТМОВ

Тоиров Ш. А., Эшонкулов У. Л.

xolidaprimova@umail.uz

Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий

В статье предлагается структура операторов квантовых алгоритмов, ее математическое и схематическое представление. Реализована общая структура универсального квантового алгоритма в качестве диаграмм, раскрывающих основные элементы, их свойства, функции и место в работе квантового алгоритма. Произведена подробная декомпозиция каждого блока схематической диаграммы описания последовательных процессов и этапов квантовых алгоритмов.

Ключевые слова: квантовый алгоритм, запутанность, суперпозиция, квантовые вычисления, интерференция, оператор Адамара, квантовый блок, унитарная матрица.

Цитирование: *Тоиров Ш. А., Эшонкулов У. Л.* Функции и виды квантовых операторов в проектировании квантовых алгоритмов // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2019. — № 5(23). — С. 86–90.

1 Введение

В настоящее время в мире ведутся активные работы по исследованию и физической реализации квантового вычислителя. Прототипы вычислительных устройств уже были построены в различных точках мира в различное время, но пока не создано полноценного квантового вычислителя имеет смысл выполнять моделирование квантовых вычислений на ЭВМ с классической архитектурой в целях изучения и дальнейшего построения квантового вычислителя.

Результат работы квантового алгоритма носит вероятностный характер. За счёт небольшого увеличения количества операций в алгоритме и достижения максимальной запутывания кубитов можно сколь угодно приблизить вероятность получения правильного результата к единице [2, 3].

Суперпозиция (S), квантовая запутанность [3] (запутанные состояния) (U_F) и интерференция (Int). В общем виде структура квантового алгоритма, как основы квантовых вычислений можно представить в виде:

$$КАЯ = [(INT \otimes {}^n Id) * U_f]^{h+1} * [{}^n H \otimes {}^m S] \quad (1)$$

где Id – идентичный оператор; символ \otimes – тензорное произведение; S – оператор суперпозиции, H – операторы Адамара [4].

На рис. 1 изображена структура операторов квантовых алгоритмов, эквивалентная выражению. На вход квантового алгоритма всегда подается бинарная функция f . Эта функция представляется в качестве отображения, преобразующего изображение каждой входной бинарной строки. Вначале функция f кодируется в виде унитарного матричного оператора U_F в зависимости от свойств функции f . Полученный матричный оператор U_F включается в структуру квантовой ячейки, унитарной матрицы, чья структура зависит от матрицы U_F и от проблемы, которую алгоритм должен решить [1].

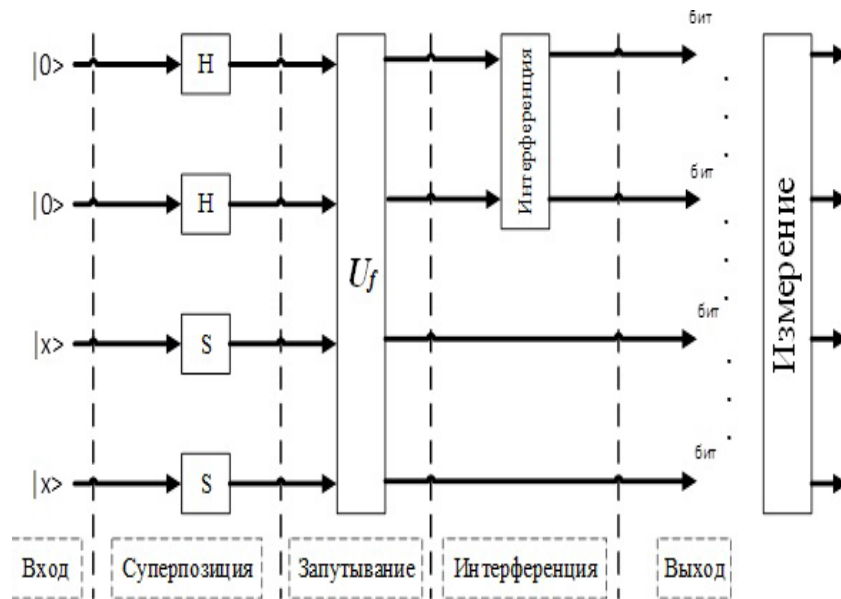


Рис. 1 Структура операторов квантовых алгоритмов

Суперпозиция содержит всю информацию, необходимую для решения конкретной задачи/проблемы. Вследствие создания суперпозиции выполняется операция измерения для извлечения информации. Последовательное использование квантового оператора и измерение результата характеризует квантовый блок. Он выполняется k раз для вывода совокупности базисных векторов. Данное измерение не является детерминированной операцией, поэтому полученные базисные векторы будут различными. Следовательно, каждый из них будет содержать лишь часть информации, необходимой для решения конкретной задачи/проблемы.

2 Общая структура квантового алгоритма

На рис. 2 изображена схематическая диаграмма моделирования работы квантового алгоритма на классическом вычислительном устройстве. Квантовый блок, изображенный на данном рисунке, выполняет поочередное применение квантового оператора и измерение результата. Он выполняется n раз для получения совокупности базисных векторов. Так как измерение не является детерминированной операцией, то полученные базисные векторы будут одинаковыми, и каждый из них будет содержать лишь часть информации, необходимой для решения проблемы.

Завершающая фаза квантового алгоритма – интерпретация совокупности базисных векторов для получения решения конкретной задачи/проблемы с определенным значением вероятности [1, 2].

2.1 Блок кодирования

Диаграмма работы блока кодирования представлена на рис.3.

Этап 1. Таблица представления функции $f : \{0, 1\}^{n+m} \rightarrow \{0, 1\}^{n+m}$ преобразуется в таблицу представления унитарной функции $F : \{0, 1\}^{n+m} \rightarrow \{0, 1\}^{n+m}$, такой что:

$$F(x_0, \dots, x_{n-1}, y_0, \dots, y_{n-1}) = (x_0, \dots, x_{n-1}, f(x_0, \dots, x_{n-1}, y_0, \dots, y_{n-1})) \quad (2)$$

Необходимость такого изменения связана с условием унитарности оператора U_F . Он является обратимым и не может представлять два разных входа в одинаковые

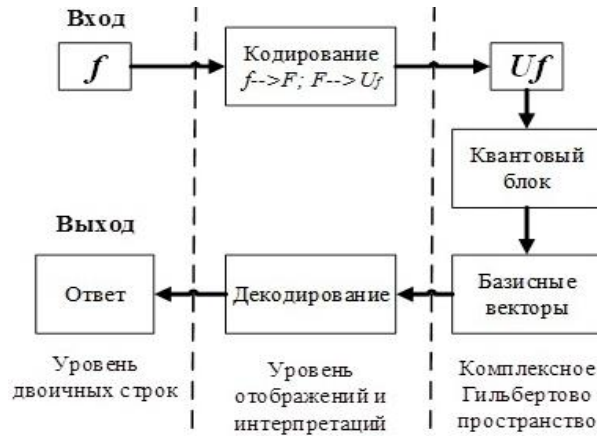


Рис. 2 Схематическая диаграмма квантового алгоритма

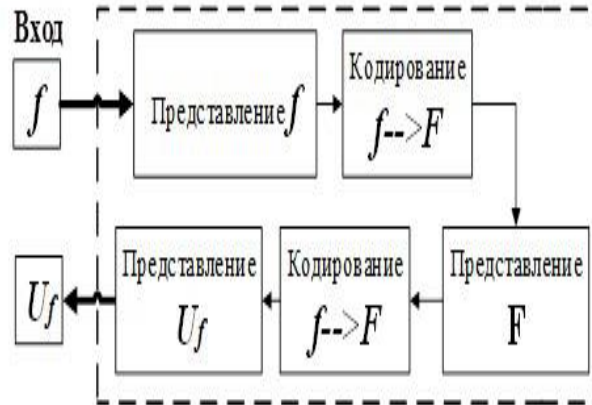


Рис. 3 Декомпозиция блока кодирования

выходные значения. Поскольку данный оператор – матричное отображение функции F , то она должна быть обратимой. Обратимость осуществляется за счет увеличения количества бит и описания функции F вместо f .

Этап 2. Представление функции F преобразуется в представление U_f , согласно следующим ограничениям:

$$\forall s \in \{0, 1\}^{n+m} : U_m[\tau(s)] = \tau[F(s)] \quad (3)$$

Таблица кодирования $\tau : \{0, 1\}^{n+m} \rightarrow C^{2n+m}$, где C^{2n+m} есть результирующее Гильбертово пространство, определяется как:

$$\tau(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle, \tau(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$$

$$\tau(x_0 \dots x_{n+m+1}) = \tau(x_0) \otimes \dots \otimes \tau(x_{n+m+1}) = |x_0 \dots x_{n+m+1}\rangle$$

Этап 3. Представление U_f преобразуется в матричный оператор по следующему правилу:

$$[U_{Fij}] = 1 \Leftrightarrow U_F|i\rangle = |j\rangle$$

Данное правило легко понять, если рассмотреть $|i\rangle$ и $|j\rangle$ как столбцы вектора. Распределяя эти столбцы по каноническому базису, U_F определяет перестановку рядов матрицы идентичности. В общем виде, ряд $|i\rangle$ отображается в ряд $|i\rangle$ [2].

2.2 Квантовый блок

Основной элемент квантового блока – квантовая ячейка.

Ее вид зависит от свойств матрицы оператора [8]. Матричный оператор U_F , являющийся выходом блока кодирования, в данной структуре является входом квантового блока.

Унитарная матрица применяется k раз к начальному каноническому вектору $|i\rangle$ размерности 2^{n+m} . Результирующая комплексная линейная комбинация базисных векторов измеряется, производя один базисный вектор $|x_i\rangle$ как результат. Все измеренные базисные векторы $\{x_1, \dots, x_k\}$ собираются вместе. Полученный набор является выходом квантового блока. Блок декодирования включает в себя интерпретацию

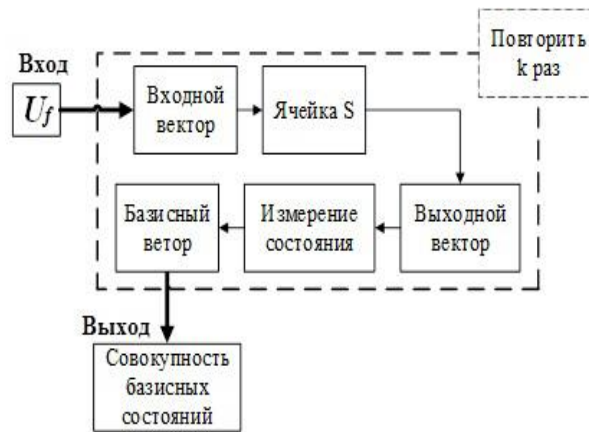


Рис. 4 Декомпозиция квантового блока

совокупности базисных векторов. Декодирование базисных векторов заключается в их преобразовании в бинарные строки. Далее они используются как коэффициенты некоторого уравнения или для извлечения ответа. Структура блока декодирования значительно зависит от характера решаемой задачи, и по существу является тем или иным классическим алгоритмом.

Последняя часть квантового алгоритма содержит блок интерпретации совокупности базисных векторов, позволяющий выделить конечное содержательное решение исследуемой проблемы с определенной вероятностью [7].

Подводя итог всему вышесказанному, стоит отметить, что разработанная и предложенная общая структура квантового алгоритма находит успешное воплощение в программной разработке и реализации квантовых симуляторов в качестве вспомогательных внешних модулей. Что касается структуры операторов квантовых алгоритмов, то она универсальна и, в общем смысле, не зависит от свойств и решаемых задач конкретного квантового алгоритма.

3 Заключение

В ходе написания статьи было предложено математическое и схематическое представление структуры операторов квантовых алгоритмов. Произведена подробная декомпозиция каждого блока схематической диаграммы описания последовательных процессов и этапов квантовых алгоритмов.

Реализована общая структура универсального квантового алгоритма в качестве диаграмм, раскрывающих основные элементы, их свойства, функции и место в работе квантового алгоритма.

Литература

- [1] *Потапов В. С., Гушанский С. М.* Определение и реализация операторов квантовых алгоритмов / juvenis scientia Технические науки, 2016.
- [2] *Ульянов С. В., Полушин А. С.* Моделирование на классическом компьютере квантового алгоритма принятия решения дейча // Электронный журнал «Системный анализ в науке и образовании», 2010. № 2. С. 54–57.
- [3] *Ulyanov S. V., Litvintseva L. V., Ulyanov S. S.* Quantum information and quantum computational intelligence: Design & classical simulation of quantum algorithm gates // Universita degli Studi di Milano: Polo Didattico e di Ricerca di Crema Publ, 2005. № 80.
- [4] *Ульянов С. В., Добрынин В. Н., Нефёдов Н. Ю.* Генетические и квантовые алгоритмы. ч. 1: Инновационные модели в обучении // Электронный журнал «Системный анализ в науке и образовании», 2010. № 3. С. 54–57.
- [5] *Гузик В. Ф., Гушанский С. М., Потапов В. С.* Оценка сложности квантовых алгоритмов // Технологии разработки информационных систем // Сборник статей Международной научно-практической конференции. — 2014. С. 81–85.
- [6] *Касаркин А. В., Гушанский С. М.* Информатика, моделирование, автоматизация проектирования // Сборник научных трудов третьей Всероссийской школы-семинара аспирантов, студентов и молодых ученых ИМАП-2011. — Изд-во УлГТУ, 2011. С. 210–212.
- [7] *Гузик В. Ф., Гушанский С. М., Поленов М. Ю.* Реализация компонентов для построения открытой модульной модели квантовых вычислительных устройств // Информатизация и связь. — 2015. №1, С. 44–48.
- [8] *Guzik N., Gushanskiy S., Polenov M., Potapov V.* Models of a quantum computer, their characteristics and analysis // 10th Conference (2015 9th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT)). — Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2015. P. 583–587.

Поступила в редакцию 27.08.2019

UDC 004.4

FUNCTIONS AND TYPES OF QUANTUM OPERATORS IN THE DESIGN OF QUANTUM ALGORITHMS

Toirov Sh. A., Eshankulov U. L.

xolidaprimova@umail.uz

Samarkand Branch of Tashkent University of Information Technologies

The article proposes the structure of operators of quantum algorithms, its mathematical and schematic representation. The general structure of the universal quantum algorithm has been implemented as diagrams that reveal the main elements, their properties, functions and place in the work of the quantum algorithm. A detailed decomposition of each block of a schematic diagram of the description of sequential processes and stages of quantum algorithms has been carried out.

Keywords: quantum algorithm, entanglement, superposition, quantum computing, interference, Hadamard operator, quantum block, unitary matrix.

Citation: Toirov Sh. A., Eshankulov U. L. 2019. Functions and types of quantum operators in the design of quantum algorithms. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 5(23): 86–90.